



DETEC
Università degli studi di
Napoli Federico II

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica

Fisica tecnica

Elementi di trasmissione del calore

Rita Mastrullo – Vincenzo Naso

OTTOBRE 2009

INDICE

Introduzione	5
Conduzione	9
Conduzione in regime stazionario	13
Esempi svolti e problemi	19
Convezione	30
Esempi svolti e problemi	41
Irraggiamento	53
Esempi svolti e problemi	69
Scambiatori di calore	80
Tipologie di scambiatori di calore	80
Prestazioni degli scambiatori di calore	84
Esempi svolti e problemi	89

INTRODUZIONE

Se tra due sistemi sussiste una differenza di temperatura, energia in modalità **calore** è trasferita spontaneamente dal sistema a temperatura maggiore a quello a temperatura minore. Questo è un fenomeno fra i più diffusi nel mondo fisico e interessa i vari settori della tecnica; il suo studio è finalizzato alla determinazione della distribuzione della temperatura nel sistema e dell'energia netta trasferita tra i sistemi.

Con una certa frequenza nella trasmissione del calore si verificano due condizioni:

Regime stazionario

La condizione di regime stazionario fa riferimento a una situazione in cui tutte le grandezze in gioco restano immutate nel tempo. In parecchie circostanze accade che le grandezze di interesse non variano significativamente di modo che è possibile ritenere valida questa ipotesi.

Flusso monodimensionale

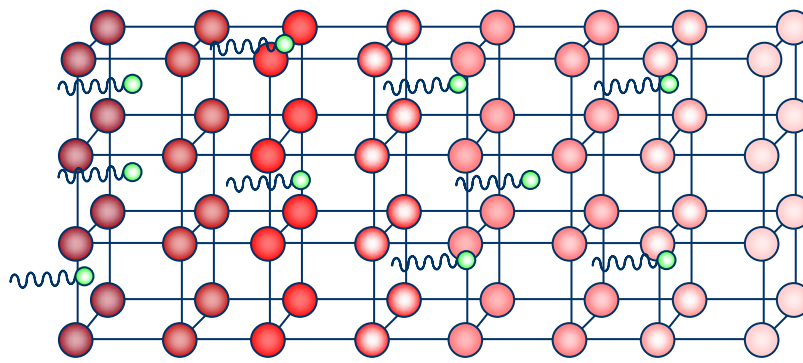
L'ipotesi di flusso monodimensionale si riferisce al caso in cui la potenza termica presenta una componente lungo una sola direzione del sistema di assi cartesiani; ciò comporta che la temperatura varia solo in questa direzione mentre è uniforme su tutti i piani a essa ortogonali. Questa ipotesi è ben verificata se si considera una parete piana molto sottile, oppure un cilindro molto lungo oppure una sfera, che siano costituiti da materiale omogeneo e sottoposti a una sollecitazione termica uniforme.

Si distinguono tre meccanismi per il trasferimento dell'energia come calore:

conduzione, irraggiamento, convezione.

Nella *conduzione* il trasferimento di energia avviene all'interno di corpi solidi, liquidi, gassosi senza un apparente movimento di materia. Il trasferimento avviene grazie alla cessione di energia cinetica da parte di molecole poste nella zona a più alta temperatura ad altre molecole in zona adiacente a più bassa temperatura. Nel caso di solidi metallici, a questo trasferimento di energia si sovrappone il moto degli elettroni liberi.

Questo meccanismo è l'unico possibile per trasferire energia come calore in un solido opaco.



Osservazioni sperimentali indussero il fisico-matematico Joseph Fourier a ritenere che, in condizioni di regime stazionario, la potenza termica trasmessa per conduzione in una direzione è direttamente proporzionale all'area ortogonale alla direzione del flusso e al gradiente della temperatura in quella direzione. La costante di proporzionalità è una caratteristica del mezzo detta *conducibilità termica*.

Materiale	Conducibilità termica [W/m K]
Gas a pressione ambiente	$10^{-2} \div 10^{-1}$
Liquidi	$10^{-1} \div 10$
Solidi non metallici	$1 \div 10$
Solidi metallici	$10 \div 10^2$

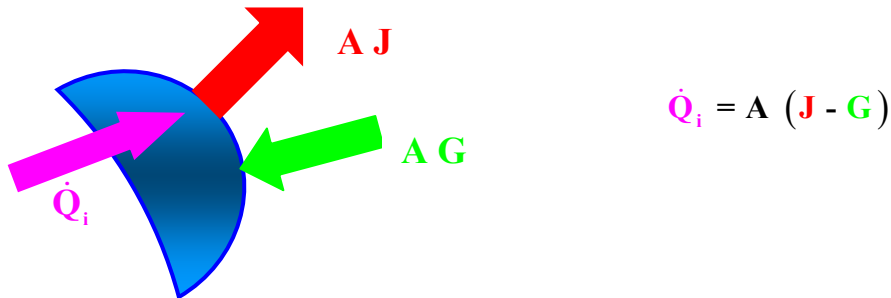
L'aria è caratterizzata da un valore molto basso della conducibilità termica; pertanto l'aria, se stagnante, è un ottimo isolante termico.

L'elevato valore della conducibilità termica dei solidi metallici può essere interpretato come somma di due componenti: quella reticolare e quella elettronica.

L'*irraggiamento* avviene per propagazione di onde elettromagnetiche nello stesso modo della propagazione della luce. Esso si basa sui fenomeni di emissione e di assorbimento: ogni corpo, purchè sia a una temperatura diversa da 0 K, emette radiazione elettromagnetica la quale si propaga attraverso un mezzo almeno parzialmente trasparente o anche attraverso il vuoto. Questa radiazione incide su un altro corpo e viene in parte assorbita: si è così realizzato un trasferimento di energia termica da un corpo a un altro. Questo meccanismo è l'unico possibile per il trasferimento di energia come calore tra sistemi separati dal vuoto.

Indicate con G [W/m²] la *irradiazione*, ovvero l'energia che, proveniente da tutti gli altri corpi, incide sulla superficie nell'unità di tempo e per unità di area e con J

[W/m²] la *radiosità*, ovvero l'energia che lascia la superficie nell'unità di tempo e per unità di area (J è la somma della radiazione emessa e dell'aliquota di G che è riflessa dalla superficie), il bilancio di energia in regime stazionario si scrive:



La *convezione* è il meccanismo di trasferimento dell'energia termica mediante l'azione combinata della conduzione in un fluido e del movimento delle particelle del fluido. Questo è il più significativo meccanismo di trasmissione del calore tra una superficie solida e un fluido. Infatti, il moto del fluido incrementa il trasferimento di energia in quanto particelle di fluido più fredde entrano in contatto con particelle di fluido più calde dando luogo, in diversi suoi punti, a flussi conduttivi. E' evidente che al crescere della velocità del fluido cresce l'energia trasferita.

La relazione che consente di calcolare la potenza termica è formalmente molto semplice:

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty)$$

dove

$\dot{Q}_c$ è la potenza termica [W]

A è l'area della superficie solida a contatto con il fluido [m²]

$\bar{h}_c$ è la conduttanza termica convettiva media unitaria [W/m² K]

T_s è la temperatura della superficie [K]

T_∞ è la temperatura del fluido [K]

Occorre notare che alla semplicità della relazione si contrappone la complessità del calcolo della conduttanza termica convettiva che dipende non solo dalle proprietà termofisiche del fluido ma anche da fattori quali, ad esempio, la geometria e la disposizione della superficie solida rispetto al fluido.

Di seguito saranno espone, singolarmente e per ciascun meccanismo, le relazioni da impiegare per la determinazione dell'energia trasmessa. Va però rilevato che, nella maggior parte delle applicazioni, l'energia termica si trasmette non secondo un solo meccanismo ma secondo più meccanismi contemporaneamente. A volte può accadere che una modalità sia predominante rispetto alle altre, che possono, pertanto, essere trascurate con un'approssimazione accettabile.

Si è visto che quando una superficie solida è investita da una corrente fluida a diversa temperatura avviene un trasferimento di energia termica per convezione. Contemporaneamente ha luogo un trasferimento di energia termica per irraggiamento. Difatti la superficie, trovandosi a una temperatura non nulla, emette radiazione e, in generale, sarà esposta alla irradiazione proveniente da tutti gli altri corpi a diversa temperatura. Si può quindi concludere che i due meccanismi, convezione e irraggiamento, agiscono in parallelo e che quindi la potenza termica trasferita dalla superficie è la somma (in senso algebrico) di quella trasferita per convezione e di quella trasferita per irraggiamento

$$\dot{Q} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_i$$

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty)$$

$$\dot{Q}_i = A (J - G)$$

Si può scrivere anche la potenza termica radiativa nella stessa forma di quella convettiva, introducendo una *conduttanza termica radiativa unitaria*, $\bar{h}_i$:

$$\dot{Q}_i = A \bar{h}_i (T_s - T_\infty)$$

Sommando membro a membro si ha:

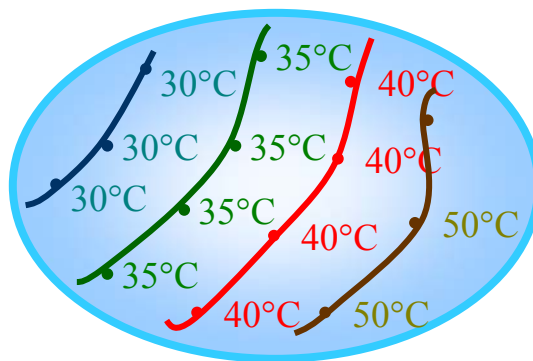
$$\dot{Q} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_i = A (\bar{h}_c + \bar{h}_i) (T_s - T_\infty) = A \bar{h} (T_s - T_\infty)$$

in cui $\bar{h}$ è denominato *coefficiente superficiale globale di scambio termico*.

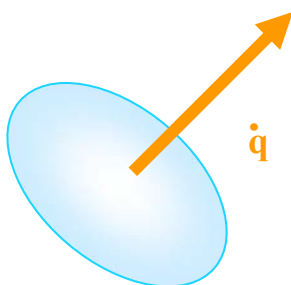
CONDUZIONE

Si consideri un corpo costituito da materiale omogeneo e isotropo in fase solida, liquida o gassosa, comunque in quiete rispetto ad una terna di riferimento inerziale, nel quale siano presenti zone a diversa temperatura.

Nel corpo esistono superfici luoghi di punti aventi la stessa temperatura: queste superfici non si intersecano mai e sono dette *superfici isoterme*. Per quanto detto, c'è da aspettarsi un trasferimento di energia termica, secondo il meccanismo della conduzione, da una zona a un'altra di esso.

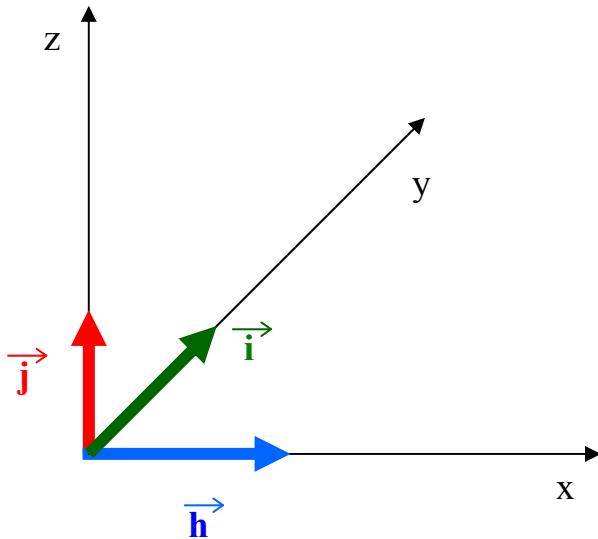


In un generico punto di questo corpo, il *flusso termico*, $\dot{q}$, definito come l'energia termica trasmessa per unità di tempo e di superficie e misurato in W/m^2 , è valutabile con la legge derivata sperimentalmente dallo studioso francese Jean Fourier. Egli concluse che il flusso termico è un vettore diretto ortogonalmente alla superficie isoterma passante per quel punto, nel verso delle temperature decrescenti, il cui modulo è proporzionale al componente del gradiente della temperatura nella stessa direzione.



$$\dot{q} = -k \frac{dT}{dn}$$

Scomponendo il vettore lungo gli assi di un sistema cartesiano ortogonale, i cui versori siano rispettivamente $\vec{h}$, $\vec{i}$ e $\vec{j}$, si ha

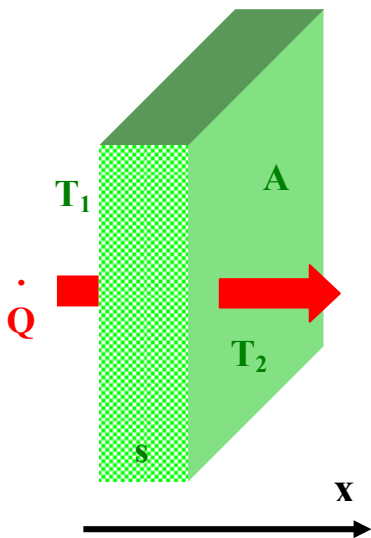


$$\dot{\mathbf{q}} = \vec{h} \dot{q}_x + \vec{i} \dot{q}_y + \vec{j} \dot{q}_z$$

$$\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\dot{q}_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$



Nel caso semplice, al quale comunque sono riconducibili molte situazioni di pratico interesse, di trasmissione del calore attraverso una parete piana di materiale omogeneo, molto estesa (spessore piccolo rispetto alle altre due dimensioni della parete), nell'ipotesi di regime stazionario e supponendo che le facce interna ed esterna siano isoterme e a diversa temperatura, si verifica che nella parete le isoterme sono superfici piane parallele alle facce estreme della parete. Il flusso termico sarà in ogni punto perpendicolare alla parete e, inoltre, la temperatura dipende da una sola coordinata spaziale, l'ascissa x nel caso mostrato in figura; si parla quindi di *flusso monodimensionale*.

In tale circostanza, dalla legge di Fourier si trae che la potenza termica che attraversa una qualunque superficie isoterma della parete è così esprimibile

$$\dot{Q} = \dot{q} A = -k A \frac{dT}{dx}$$

essendo nulle le componenti del flusso termico nelle direzioni y e z .

Se ne trae che

$$\dot{Q} dx = -k A dT$$

e integrando l'equazione differenziale con le seguenti condizioni al contorno

$$T_1 = T(0) \quad T_2 = T(L)$$

si ottiene:

$$\int_0^s \dot{Q} dx = \int_{T_1}^{T_2} -k A dT$$

Si noti che, al variare della posizione nella lastra, la potenza termica resta costante in quanto l'energia interna è una grandezza conservativa e, nell'ipotesi di regime stazionario, non può essere accumulata. Nel caso di lastra piana, anche l'area della superficie isoterma è costante; pertanto, risolvendo i suddetti integrali si ottiene la seguente espressione della potenza termica che attraversa la parete

$$\dot{Q} s = k A (T_1 - T_2)$$

che può anche essere scritta come

$$\dot{Q} = k A \frac{T_1 - T_2}{s}$$

dove

$\dot{Q}$ è la potenza termica che attraversa la lastra [W],

A è l'area della sezione normale al flusso termico [m²],

s è lo spessore della parete [m],

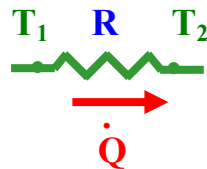
k è la conducibilità termica del materiale [W/m K],

T₁ e T₂ sono le temperature delle facce estreme della parete [K].

La suddetta espressione può anche essere espressa nella forma

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad \text{con} \quad R = \frac{s}{k A}$$

in cui R è detta *resistenza termica conduttiva della parete piana* ed è pari al rapporto tra lo spessore della parete e il prodotto della conducibilità termica del materiale che costituisce la parete per l'area della superficie di scambio. La resistenza termica conduttiva si misura in K/W o in $^{\circ}C/W$. L'espressione della potenza termica suggerisce che il sistema fisico può essere rappresentato come un circuito costituito da una resistenza, $s/(k \cdot A)$, attraversata da una potenza termica, $\dot{Q}$, sotto una differenza di potenziale, $T_1 - T_2$, come è mostrato nella sottostante figura.



La relazione di Fourier per il calcolo della potenza termica è analoga alla legge di Ohm che correla la corrente elettrica che attraversa una resistenza alla differenza di potenziale elettrico esistente ai suoi capi. Si sottolinea che, in generale, un materiale buon conduttore elettrico è anche un buon conduttore termico.

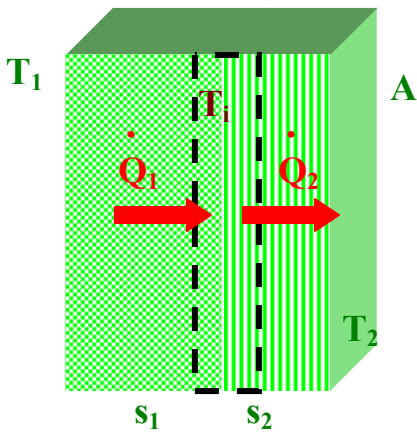
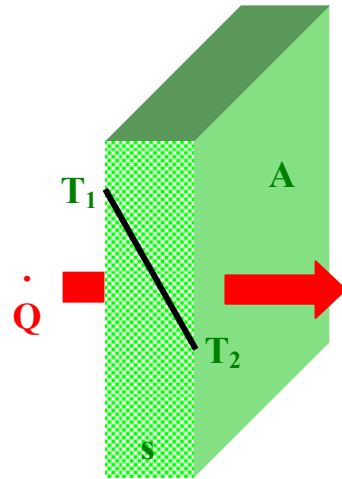
Come già detto, una delle grandezze da cui dipende la resistenza termica del materiale che costituisce la lastra è la conducibilità termica del materiale. Essa è una proprietà del materiale e misura la capacità che ha il materiale di condurre il calore. I materiali aventi un'elevata conducibilità termica sono detti *conduttori*, mentre sono detti *isolanti* i materiali caratterizzati da bassi valori della conducibilità termica. I valori della conducibilità termica variano molto da sostanza a sostanza; l'ordine di grandezza passa da 10^{-2} $W/m K$ per le sostanze in fase aeriforme a 10^2 $W/m K$ per i solidi metallici. I suoi valori possono variare più o meno sensibilmente con la temperatura e anche con l'umidità del materiale. Di solito, quanto più è umido un materiale tanto maggiore è la sua conducibilità termica; analogamente, al crescere della temperatura, in genere, cresce la conducibilità termica.

Conducibilità termica di alcuni materiali alla temperatura ambiente

Materiale	k (W/m K)	Materiale	k (W/m K)
Schiuma uretanica	0,026	Vetro	1,0
Aria	0,027	Calcestruzzo	1,4
Fibra di vetro	0,040	Acciaio	15
Legno (quercia)	0,18	Ferro	80
Gomma	0,15	Alluminio	236
Teflon	0,35	Oro	317
Pelle umana	0,37	Rame	399
Mattone	0,72	Argento	428

CONDUZIONE IN REGIME STAZIONARIO

Nel caso di lastra piana in regime stazionario dalla costanza della potenza termica e delle temperature consegue che anche il flusso termico resta costante. Si può quindi concludere che anche il gradiente di temperatura è costante e, pertanto, la temperatura varia linearmente nella parete.



Si consideri ora una parete composta da due strati adiacenti di materiali aventi spessori s_1 ed s_2 e differenti conducibilità termiche k_1 e k_2 . T_1 e T_2 sono le temperature, uniformi, delle superfici estreme mentre con T_i si indica la temperatura della superficie di separazione dei due strati, anch'essa isoterma.

Con riferimento al primo strato si ha

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_1 - T_i}{R_1}$$

$$R_1 = \frac{s_1}{k_1 A}$$

e con riferimento al secondo strato si ha

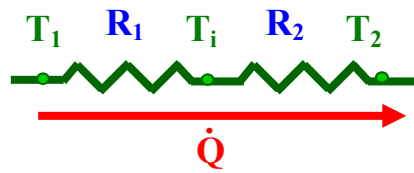
$$\dot{Q}_2 = \frac{T_i - T_2}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{s_2}{k_2 A}$$

Dal bilancio di energia eseguito sul volume di controllo a cavallo della superficie di separazione tra i due strati consegue:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}$$

La rete termica relativa alla parete costituita dai due strati adiacenti di diverso materiale è costituita da due resistenze termiche R_1 ed R_2 connesse in *serie* ai cui capi



è applicata “la differenza di potenziale” costituita dal salto totale di temperatura tra le facce estreme della parete, $T_1 - T_2$.

Dalla relazione relativa a ciascuno dei due strati di materiale si ottiene

$$T_1 - T_i = \dot{Q} R_1$$

$$T_i - T_2 = \dot{Q} R_2$$

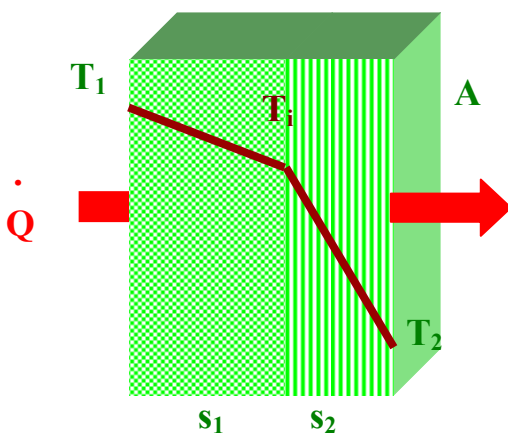
che, sommate membro a membro, forniscono

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2}$$

In definitiva si ha

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

$$R = R_1 + R_2$$



L'andamento della temperatura in questa parete composta da materiali aventi differente conducibilità termica è descritto da una linea spezzata, la pendenza sarà maggiore nello strato che ha minore conducibilità termica. La temperatura all'interfaccia tra i due strati di diverso materiale è così valutabile

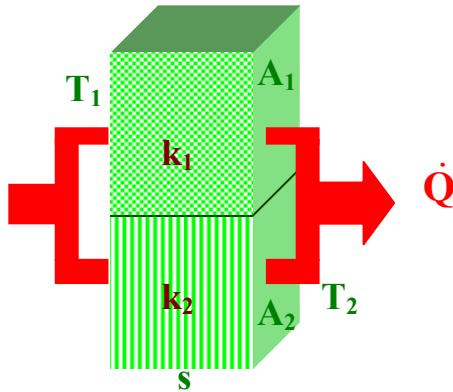
$$T_i = T_1 - \dot{Q} R_1 = T_2 + \dot{Q} R_2$$

Nel caso in cui gli strati siano più di due si può comunque valutare la potenza termica come rapporto tra la differenza di temperatura esistente tra le due facce estreme e una resistenza totale, pari alla somma delle resistenze dei singoli strati

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{tot}}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sum R_i$$

Si consideri ora una parete di spessore s composta da due strati sovrapposti di materiali aventi differenti conducibilità termica k_1 e k_2 . T_1 e T_2 sono le temperature, uniformi, delle superfici estreme della parete, di area A_1 e A_2 .



Con riferimento al primo strato, si ha

$$\dot{Q}_1 = \frac{T_1 - T_2}{R_1} \quad R_1 = \frac{s}{k_1 A_1}$$

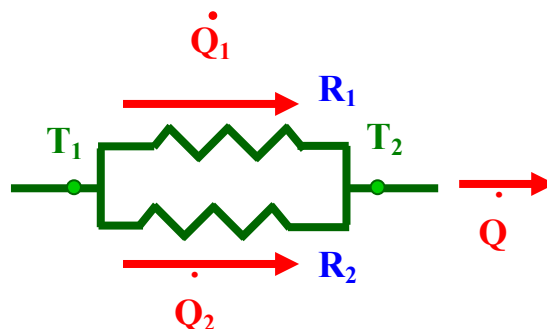
e, con riferimento al secondo strato, si ha

$$\dot{Q}_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_2} \quad R_2 = \frac{s}{k_2 A_2}$$

Dal bilancio di energia, eseguito sul volume di controllo a cavallo di una qualunque delle due facce, consegue che la potenza termica che attraversa l'intera parete è data dalla somma delle potenze termiche che attraversano ciascuno strato componente la parete

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2$$

I due strati sono attraversati da potenze termiche diverse ma sono sottoposti alla stessa differenza di temperatura; in tal caso si dice che i due strati sono collegati in *parallelo*.



Sommando le espressioni delle potenze termiche ricavate per ciascuno strato si ottiene

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = (T_1 - T_2) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

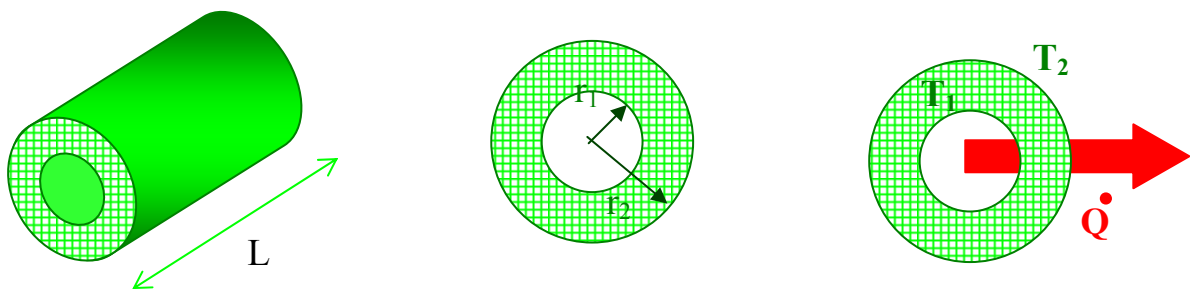
In questo caso è più comodo operare con la *conduttanza termica* U (W/K o W/°C), che rappresenta il reciproco della resistenza termica

$$U = \frac{1}{R} \quad \dot{Q} = (T_1 - T_2) (U_1 + U_2)$$

Nel caso che gli strati siano più di due, si può comunque valutare la potenza termica come prodotto tra la differenza di temperatura esistente tra le due facce e una conduttanza totale che sarà la somma delle conduttanze dei singoli strati

$$\dot{Q} = U_{\text{tot}} (T_1 - T_2) \quad U_{\text{tot}} = \sum U_i$$

Si consideri, infine, il caso di una struttura cilindrica ovvero uno strato di materiale omogeneo di conducibilità termica k , limitato da due superfici cilindriche coassiali di raggio r_1 ed r_2 , di lunghezza L . Siano T_1 e T_2 le temperature uniformi delle superfici interna ed esterna di questo strato, con T_1 maggiore di T_2 e si supponga che la lunghezza L sia molto maggiore di r_2 .



Nelle ipotesi suddette, a meno degli effetti di bordo concentrati alle estremità del cilindro cavo, le superfici isoterme sono le superfici cilindriche coassiali al cilindro assegnato. Pertanto, la temperatura è indipendente dall'angolo azimutale ed è uniforme lungo una qualsiasi retta parallela all'asse del cilindro; essa varia solo lungo la direzione radiale mentre il flusso termico ha solo una componente nella direzione radiale e non ha alcuna componente nelle direzioni azimutale e assiale. Essendo nulli i gradienti della temperatura nelle direzioni azimutale e assiale, la potenza termica che attraversa una qualunque superficie isoterma è esprimibile mediante la legge di Fourier

$$\dot{Q} = -k A(r) \frac{dT}{dr} = -k 2 \pi r L \frac{dT}{dr}$$

Separando le variabili e ricordando che $\dot{Q}$, k ed L sono costanti, si ottiene

$$\frac{\dot{Q}}{k 2 \pi L} \frac{dr}{r} = -dT$$

Integrando l'equazione differenziale con le assegnate condizioni al contorno

$T_1 = T(r_1)$ $T_2 = T(r_2)$ si ottiene

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}}{k 2 \pi L} \frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T_2} -dT$$

da cui

$$\frac{\dot{Q}}{k 2 \pi L} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = (T_1 - T_2)$$

La potenza termica conduttiva che attraversa il cilindro cavo è così esprimibile

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{k 2 \pi L}}$$

Ne deriva che la potenza termica che attraversa la parete cilindrica è comunque valutabile come rapporto tra la differenza di temperatura esistente tra le superfici estreme e la resistenza termica

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad \text{con} \quad R = \frac{\ln(r_2 - r_1)}{2 \pi k L}$$

Integrando poi l'equazione differenziale tra la superficie interna alla temperatura T_1 e una generica superficie isoterma alla temperatura $T(r)$ si ricava la legge di variazione della temperatura con l'ascissa r

$$\int_{r_1}^r \frac{\dot{Q}}{k 2 \pi L} \frac{dr}{r} = \int_{T_1}^{T(r)} -dT$$

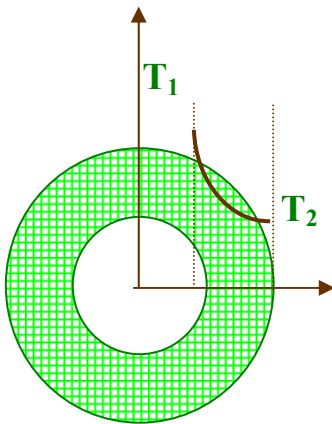
$$\frac{\dot{Q}}{k 2 \pi L} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) = [T_1 - T(r)]$$

Sostituendo alla potenza termica l'espressione precedentemente ricavata, si ha

$$\frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln(r_2/r_1)/k 2 \pi L}{k 2 \pi L \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}} = [T_1 - T(r)]$$

da cui si ottiene

$$T(r) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \ln(r/r_1)$$



Si osservi che in questa situazione il flusso termico non è costante in quanto, spostandosi dalla superficie più interna verso quella più esterna, aumenta l'area della superficie isoterma e quindi, essendo costante la potenza termica, il flusso termico diminuisce. Di conseguenza, anche il gradiente termico diminuisce al crescere del raggio della superficie isoterma e la temperatura presenta un andamento logaritmico all'interno della parete cilindrica.

Se la parete cilindrica è composta da più strati adiacenti di spessori e materiali diversi, può essere ripetuto tutto quanto esposto per la parete piana: la potenza termica è esprimibile come rapporto tra la differenza di temperatura esistente tra la superficie interna e quella esterna e la resistenza termica totale, uguale alla somma delle resistenze termiche dei vari strati

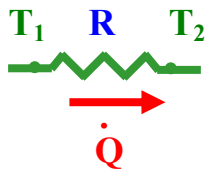
$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{tot}}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sum R_i$$

Esempi svolti

Esempio 1

In condizioni di regime stazionario, le temperature delle facce interna ed esterna di un vetro da finestra sono, rispettivamente, 24,0 °C e 24,5 °C. Valutare la potenza termica trasmessa sapendo che il vetro ha uno spessore di 5,0 mm e che la finestra è larga 50 cm e alta 1,0 m.



$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

$$R = \frac{s}{k A}$$

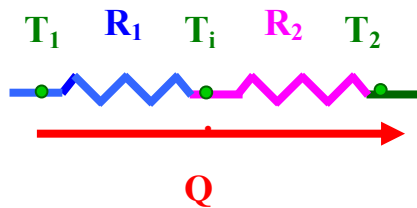
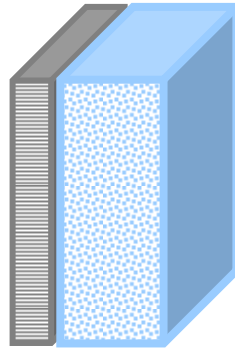
$$k_{\text{vetro}} = 1,0 \text{ W/m K}$$

$$R = \frac{5,0 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,50} = 1,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\dot{Q} = \frac{24,5 - 24,0}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 50 \text{ W}$$

Esempio 2

Una cella frigorifera è schematizzabile come un cubo di 2,0 m di lato; le pareti sono realizzate con 5,0 mm di alluminio ricoperto da uno strato, spesso 10 cm, di schiuma uretanica. In condizioni di regime stazionario, le temperature della faccia interna e di quella esterna misurano, rispettivamente, - 5,0 °C e 20,0 °C. Valutare la potenza termica trasmessa attraverso le pareti della cella e la temperatura all'interfaccia alluminio-schiuma uretanica.



$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2}$$

$$k_{al} = 236 \text{ W/m K}$$

$$k_{su} = 0,026 \text{ W/m K}$$

$$R_1 = \frac{s_{al}}{k_{al} A} = \frac{5,0 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^2 \cdot 2,0 \cdot 2,0} = 5,2 \cdot 10^{-6} \text{ K/W}$$

$$R_2 = \frac{s_{su}}{k_{su} A} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 2,0} = 9,6 \cdot 10^{-1} \text{ K/W}$$

La potenza termica che attraversa ciascuna parete della cella è

$$\dot{Q} = \frac{20,0 - (-5,0)}{5,2 \cdot 10^{-6} + 9,6 \cdot 10^{-1}} = 26 \text{ W}$$

La potenza termica entrante nella cella è

$$\dot{Q}_{tot} = 6 \cdot \dot{Q} = 6 \cdot 26 = 1,6 \cdot 10^2 \text{ W}$$

La temperatura all'interfaccia alluminio-schiuma uretanica è

$$T_i = T_1 + \dot{Q} \cdot R_1 = -5,0 + 26 \cdot 5,2 \cdot 10^{-6} = -5,0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Si osservi che la resistenza termica dello strato di alluminio poteva non essere calcolata essendo certamente trascurabile rispetto a quella della schiuma uretanica in quanto lo spessore del primo è un ventesimo del secondo e, inoltre, la conducibilità termica dell'alluminio è 10.000 volte maggiore di quella della schiuma uretanica. Per questo motivo la temperatura all'interfaccia alluminio-schiuma uretanica è praticamente uguale alla temperatura dell'altra faccia dell'alluminio.

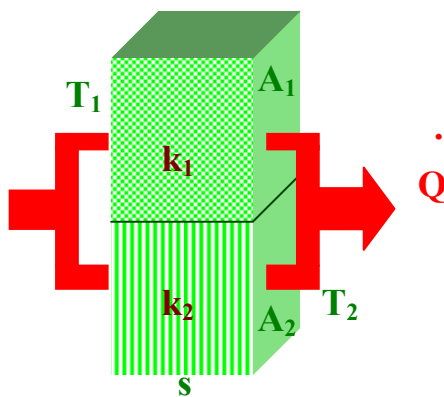
Esempio 3

Una parete avente uno spessore $s = 10 \text{ cm}$ e una larghezza $b = 1,0 \text{ m}$ è composta da due strati in parallelo:

- 1) legno ($k_1 = 0,18 \text{ W/m K}$) per un'altezza $h_1 = 30 \text{ cm}$;
- 2) fibra di vetro ($k_2 = 0,040 \text{ W/m K}$) per un'altezza $h_2 = 70 \text{ cm}$.

Le temperature delle superfici estreme della parete, $T_1 = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$ e $T_2 = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$, sono uniformi.

Valutare la potenza termica trasmessa attraverso la parete.



Si ha:

$$\dot{Q} = U_{\text{tot}} (T_1 - T_2)$$

$$R_1 = \frac{s}{k_1 A_1} = \frac{0,10}{0,18 \cdot 0,30 \cdot 1,0} = 1,9 \text{ K/W}$$

da cui

$$\dot{Q} = (30 - 10) \left(\frac{1}{1,9} + \frac{1}{3,6} \right) = (0,53 + 0,28) 20 = 16 \text{ W}$$

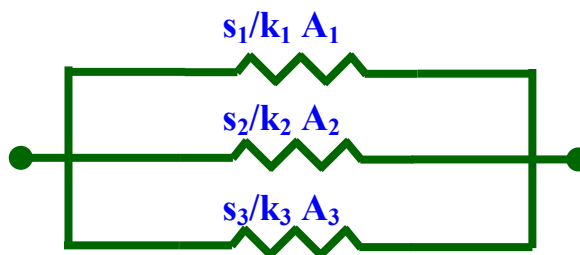
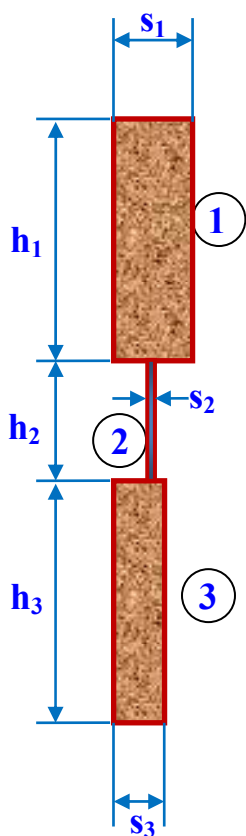
Esempio 4

Una parete, larga 2,0 m, è costituita da tre strati in parallelo:

- un pannello in calcestruzzo ($k = 1,4 \text{ W/m K}$), spesso 20 cm e alto 2,0 m;
- una lastra in acciaio inossidabile ($k = 15 \text{ W/m K}$), spessa 5,0 mm e alta 1,0 m;
- un pannello in calcestruzzo ($k = 1,4 \text{ W/m K}$), spesso 15 cm e alto 2,0 m.

Si calcoli la resistenza termica della parete.

Si ripeta il calcolo per il caso in cui alla lastra metallica si sovrapponga un pannello di fibra di vetro ($k = 0,040 \text{ W/m K}$), spesso 1,0 cm e alto 1,0 m.



Si ha $U = \frac{1}{R}$ con $U = \sum U_i = \frac{k_1 A_1}{s_1} + \frac{k_2 A_2}{s_2} + \frac{k_3 A_3}{s_3}$

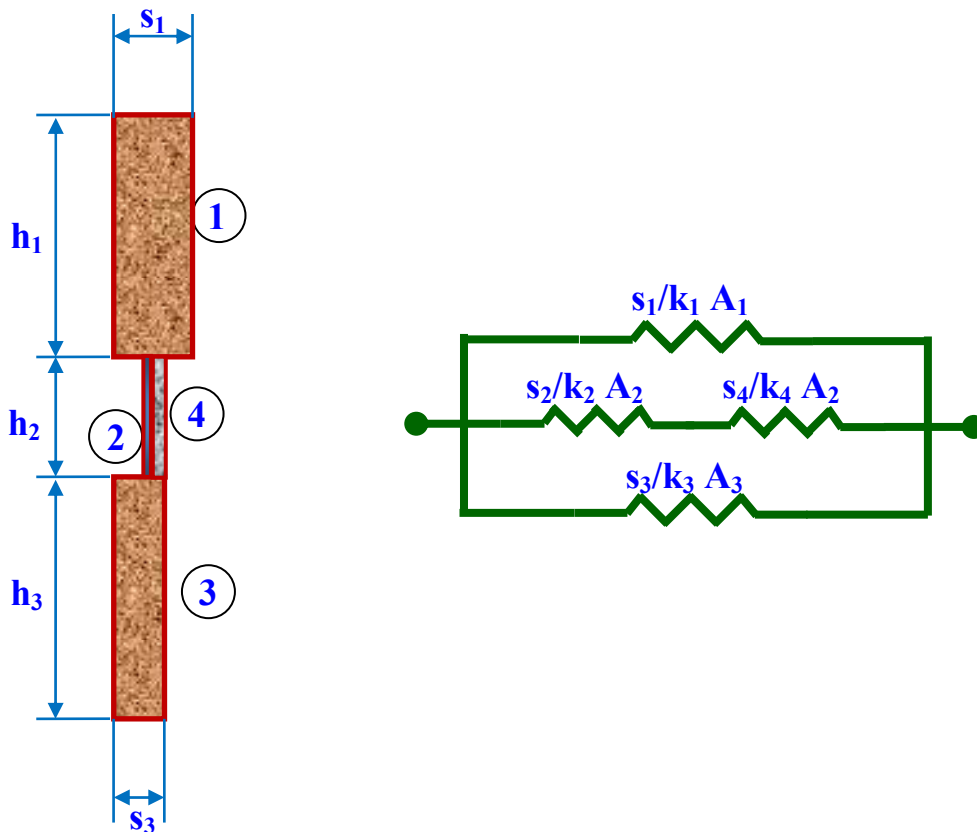
ovvero

$$U = \frac{1,4 \cdot 2,0 \cdot 2,0}{2,0 \cdot 10^{-1}} + \frac{15 \cdot 2,0 \cdot 1,0}{5,0 \cdot 10^{-3}} + \frac{1,4 \cdot 2,0 \cdot 2,0}{1,5 \cdot 10^{-1}} = 28 + 6,0 \cdot 10^3 + 37 = 6,0 \cdot 10^3 \text{ W/K}$$

da cui si trae

$$R = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ K/W}$$

Dopo la sovrapposizione del pannello di fibra di vetro (materiale 4) si ha



$$U = \frac{k_1 A_1}{s_1} + \frac{1}{\frac{s_2}{k_2 A_2} + \frac{s_4}{k_4 A_4}} + \frac{k_3 A_3}{s_3} =$$

$$= 28 + \frac{1}{\frac{1}{6,0 \cdot 10^3} + \frac{1,0 \cdot 10^{-2}}{4,0 \cdot 10^{-2} \cdot 2,0 \cdot 1,0}} + 37 = 28 + \frac{1}{\frac{1}{6,0 \cdot 10^3} + \frac{1,0}{8,0}} + 37 =$$

$$= 28 + \frac{1}{1,7 \cdot 10^{-4} + 1,25 \cdot 10^{-1}} + 37 = 28 + 8 + 37 = 73 \text{ W/K}$$

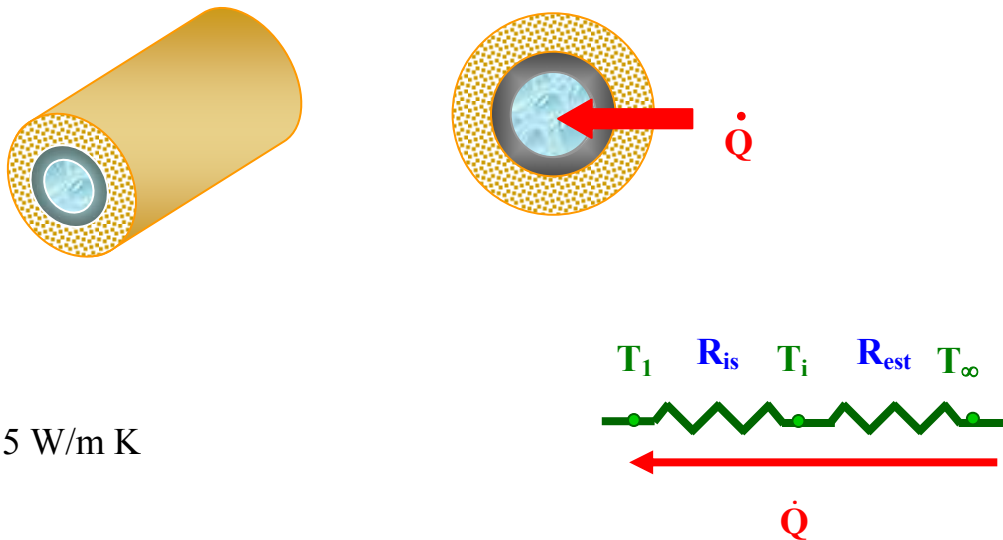
da cui si trae

$$R = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ K/W}$$

Esempio 5

L'evaporatore di un ciclo frigorifero è costituito da un tubo di acciaio di 2,0 mm di raggio interno e 1,0 mm di spessore, nel quale fluisce il fluido refrigerante. La temperatura superficiale esterna del tubo è di - 10 °C. Il tubo è rivestito da uno strato di gomma spesso 5,0 mm ed è immerso in un ambiente alla temperatura di 20 °C.

Valutare la potenza termica trasferita attraverso la parete del tubo in condizioni di regime stazionario, assumendo una conduttanza unitaria superficiale di 10 W/m² K e una lunghezza di 1,0 m.



$$k_{is} = 0,15 \text{ W/m K}$$

Si ha

$$\dot{Q} = \frac{T_\infty - T_1}{R_{is} + R_{est}}$$

con

$$R_{is} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k \ell} = \frac{\ln(8,0/3,0)}{2\pi \cdot 0,15 \cdot 1,0} = 1,0 \text{ K/W}$$

$$R_{est} = \frac{1}{2\pi r_2 \ell \bar{h}} = \frac{1}{2\pi \cdot 8,0 \cdot 10^{-3} \cdot 1,0 \cdot 10} = 2,0 \text{ K/W}$$

Pertanto si ottiene

$$\dot{Q} = \frac{20 + 10}{1,0 + 2,0} = 10 \text{ W}$$

Si raddoppi ora lo spessore dello strato di gomma e si valuti nuovamente la potenza termica trasferita attraverso la parete del tubo.

Con $r_2 = 13,0$ mm, si ha

$$R_{is} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k \ell} = \frac{\ln(13,0/3,0)}{2\pi \cdot 0,15 \cdot 1,0} = 1,6 \text{ K/W}$$

$$R_{est} = \frac{1}{2\pi r_2 \ell \bar{h}} = \frac{1}{2\pi \cdot 1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 1,0 \cdot 10} = 1,2 \text{ K/W}$$

Pertanto, si ottiene

$$\dot{Q} = \frac{20 + 10}{1,6 + 1,2} = 11 \text{ W}$$

Si rileva che, pur avendo raddoppiato lo spessore di gomma, la potenza termica trasmessa attraverso la parete del tubo è aumentata perchè è diminuita la resistenza termica. In particolare, la resistenza termica conduttiva dello strato di gomma cresce, logaritmicamente, al crescere dello spessore mentre la resistenza termica superficiale decresce, in modo inversamente proporzionale, al crescere dell'area superficiale esterna e dello spessore. Non è, perciò, possibile prevedere se l'aggiunta di un rivestimento determinerà l'aumento o la diminuzione della resistenza termica totale.

Osservando il diagramma riportato nel seguito si comprende che esiste un valore critico del raggio r_2 , r_{2c} , e quindi dello spessore di isolante, in corrispondenza del quale la resistenza termica assume il valore minimo. Tale valore può essere valutato calcolando la derivata della resistenza termica totale rispetto a r_2 e uguagliandola a zero

$$\frac{\partial R_{tot}}{\partial r_2} = \frac{\partial}{\partial r_2} \left(\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k \ell} + \frac{1}{2\pi r_2 \ell \bar{h}} \right) = 0$$

da cui si trae

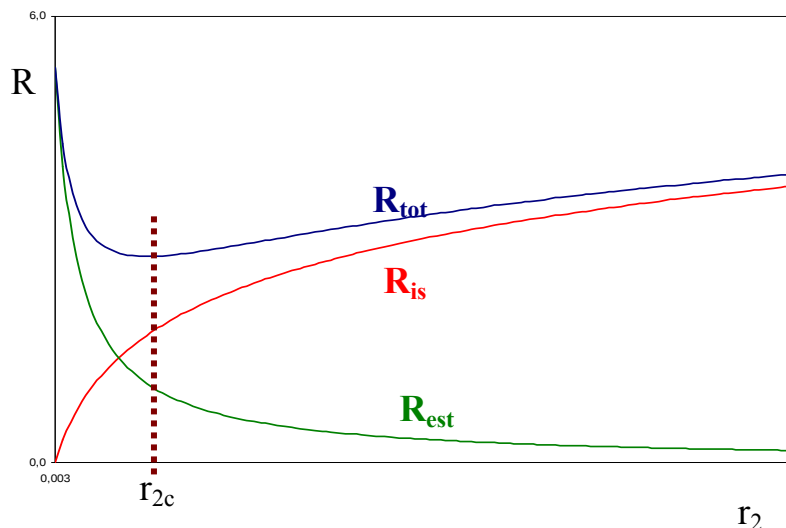
$$\frac{(r_1/r_{2c})}{r_{2c} 2\pi k \ell} - \frac{1}{2\pi r_{2c}^2 \ell \bar{h}} = 0$$

ovvero

$$\frac{1}{r_{2c} k} = \frac{1}{r_{2c}^2 \bar{h}}$$

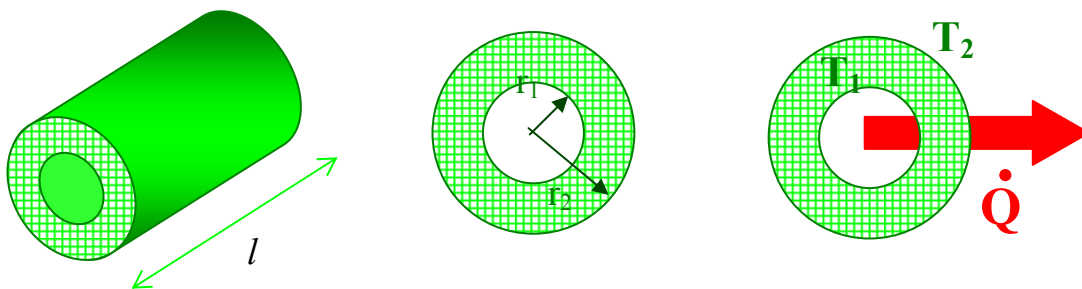
da cui si trae

$$r_{2c} = \frac{k}{\bar{h}}$$



Esempio 6

Per coibentare un tubo che trasporta vapor d'acqua è possibile scegliere tra la schiuma uretanica e la gomma. Il raggio esterno del tubo è $r_1 = 60 \text{ mm}$, lo spessore di isolante è $s = 20 \text{ mm}$, le temperature delle superfici interna ed esterna dell'isolante sono, rispettivamente, $T_1 = 430 \text{ °C}$ e $T_2 = 30 \text{ °C}$. Si valuti la potenza termica trasmessa per ogni metro di tubo nei due casi.



Si ha: $r_1 = 60 \text{ mm}$; $r_2 = 80 \text{ mm}$; $l = 1,0 \text{ m}$; $T_1 = 430 \text{ °C}$; $T_2 = 30 \text{ °C}$;
schiuma uretanica: $k_s = 0,026 \text{ W/m K}$; gomma: $k_g = 0,15 \text{ W/m K}$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad \text{con} \quad R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2 \pi k \ell} = \frac{\ln(80/60)}{2 \pi k \cdot 1,0} = \frac{4,6 \cdot 10^{-2}}{k} \text{ K m/W}$$

$$\text{schiuma uretanica: } R_s = \frac{4,6 \cdot 10^{-2}}{2,6 \cdot 10^{-2}} = 1,8 \text{ K m/W}$$

$$\text{gomma: } R_g = \frac{4,6 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-1}} = 0,31 \text{ K m/W}$$

Pertanto si ottiene

$$\dot{Q}_s = \frac{430 - 30}{1,8} = 2,2 \cdot 10^2 \text{ W/m}$$

$$\dot{Q}_g = \frac{430 - 30}{0,31} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ W/m}$$

PROBLEMI NON SVOLTI

Problema 1

Calcolare la potenza termica trasmessa attraverso una parete di mattoni ($k = 0,72 \text{ W/m K}$), larga 6,0 m, alta 3,0 m e spessa 12 cm, le cui superfici estreme sono alla temperatura uniforme di 15°C e $6,0^\circ\text{C}$.

$$(\dot{Q} = 9,7 \cdot 10^2 \text{ W})$$

Problema 2

Attraverso una parete in calcestruzzo ($k = 1,4 \text{ W/m K}$), il cui spessore (25 cm) è trascurabile rispetto alle altre due dimensioni, si trasmette un flusso termico di 50 W/m^2 . Valutare la temperatura della superficie più calda quando la temperatura della superficie più fredda è di 15°C .

$$(T = 24^\circ\text{C})$$

Problema 3

Valutare il rapporto tra la resistenza termica unitaria di una struttura a doppio vetro, costituita da due lastre di vetro ($k = 1,0 \text{ W/m K}$) spesse 4,0 mm separate da un'intercapedine di aria ($k = 0,027 \text{ W/m K}$) spessa 6,0 mm, e la resistenza termica unitaria di una lastra di vetro spessa 4,0 mm. Si supponga che l'aria nell'intercapedine sia ferma.

$$(58)$$

Problema 4

La parete di un forno, piana e molto estesa, è costituita da più strati in serie:

- uno strato interno di mattoni di argilla refrattaria ($k = 1,44 \text{ W/m K}$), spesso 25 cm;
- uno strato intermedio di mattoni ($k = 0,72 \text{ W/m K}$), spesso 12 cm;
- uno strato esterno di fibra di vetro ($k = 0,040 \text{ W/m K}$), spesso 20 cm.

Le temperature delle superficie interna ed esterna della parete sono 900°C e 40°C .

Valutare:

- il flusso termico disperso;
 - la temperatura della superficie di interfaccia tra mattoni refrattari e mattoni, T_{r-m} ;
 - la temperatura della superficie di interfaccia tra mattoni e fibra di vetro, T_{m-f} .
- $$(\dot{q} = 1,6 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2; T_{r-m} = 8,7 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}; T_{m-f} = 8,4 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C})$$

Problema 5

Una parete multistrato, piana e molto estesa, è costituita da più elementi in serie, dall'esterno all'interno:

- intonaco di cemento ($k = 1,4 \text{ W/m K}$), spesso 4,0 cm;
- muratura di mattoni ($k = 0,59 \text{ W/m K}$), spessa 12 cm;
- intonaco di gesso ($k = 0,35 \text{ W/m K}$), spesso 2,0 cm.

Le temperature delle superfici esterna e interna della parete, sono rispettivamente, 15°C e $5,0^\circ\text{C}$.

Si determini il flusso termico trasmesso attraverso la parete.

Si valuti, successivamente, lo spessore, s , di un pannello di fibra di vetro ($k = 0,040 \text{ W/m K}$), da aggiungere alla parete perché il flusso termico trasmesso diventi un decimo del valore precedentemente calcolato.

($\dot{q} = 35 \text{ W/m}^2$; $s = 10 \text{ cm}$)

Problema 6

Determinare la resistenza termica, R , di un tubo a sezione circolare di acciaio ($k = 15 \text{ W/m K}$) lungo 5,0 m e avente diametri interno ed esterno pari a 24 mm e 28 mm.

Si valuti, successivamente, la resistenza termica del suddetto tubo coibentato, R_{tot} , con uno strato di 10 mm di fibra di vetro ($k = 0,040 \text{ W/m K}$).

($R = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ K/W}$; $R_{\text{tot}} = 0,24 \text{ K/W}$)

Problema 7

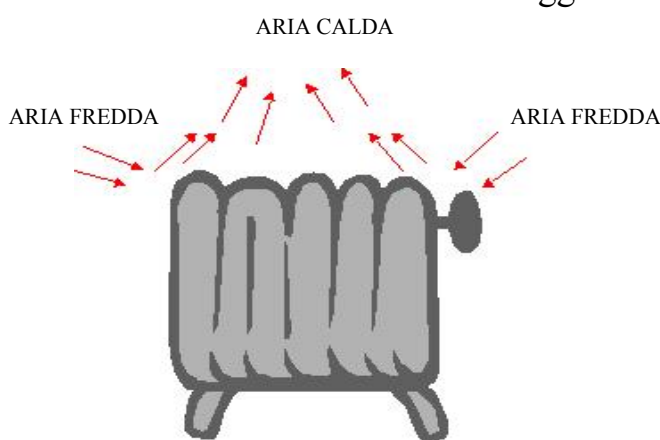
Valutare lo spessore della guaina di gomma ($k = 0,15 \text{ W/m K}$) con cui è necessario rivestire un tubo di acciaio ($k = 15 \text{ W/m K}$), molto lungo e avente diametri interno ed esterno di 18 e 22 mm, affinché la potenza termica dissipata sia pari a 200 W/m quando le temperature della superficie interna del tubo di acciaio e della superficie esterna della guaina sono, rispettivamente, 300°C e 30°C .

($s = 28 \text{ mm}$)

Convezione

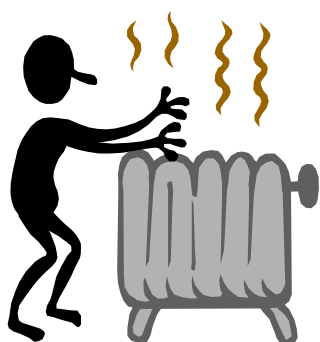
La *convezione* è il meccanismo di trasferimento di energia termica che si instaura tra una superficie solida e un fluido (liquido o gas) a temperature diverse posti in contatto. L'effetto combinato della conduzione a livello molecolare e del movimento del fluido agevola il trasferimento di energia da una zona ad un'altra del fluido.

Si consideri, per esempio, un termosifone posto in un ambiente. Essendo il termosifone esposto all'aria più fredda la temperatura delle particelle d'aria adiacenti ad esso aumenterà per effetto della conduzione termica del calore dalla superficie del termosifone all'aria. La temperatura dell'aria a contatto con il termosifone è maggiore di quella dell'aria circostante e, pertanto, la sua densità è minore. In presenza di un campo gravitazionale l'aria più leggera salirà verso l'alto, richiamando aria circostante, più fredda. Si innesca così una circolazione d'aria che porta continuamente aria fredda a contatto con il termosifone. Il trasferimento di calore è più efficiente che nel caso in cui esso è dovuto alla sola conduzione.



La trasmissione del calore per convezione si distingue in *convezione naturale* e *convezione forzata*, secondo la causa che determina il moto del fluido circostante.

Si parla di *convezione naturale* quando, come nell'esempio precedente, i gradienti di temperatura presenti nella massa di fluido generano gradienti di densità che, in presenza di un campo gravitazionale, causano il moto del fluido stesso. Altri esempi di convezione naturale sono i moti dell'acqua in una pentola posta su un fornello, i moti dell'aria in prossimità di una strada asfaltata assolata.



Convezione naturale

Il moto del fluido è causato da forze ascensionali indotte dalle differenze di densità dovute a variazioni di temperatura del fluido in un campo gravitazionale.

Si parla di *convezione forzata* quando il moto del fluido è causato da agenti esterni, quali pompe, ventilatori, agitatori. Esempi di convezione forzata si hanno nel raffreddamento di un motore a combustione interna mediante circolazione d'acqua o nel raffreddamento del radiatore di una automobile con l'aria soffiatavi sopra da una ventola.



Convezione forzata

Il moto del fluido è causato da agenti esterni, quali un ventilatore, una pompa o il vento.

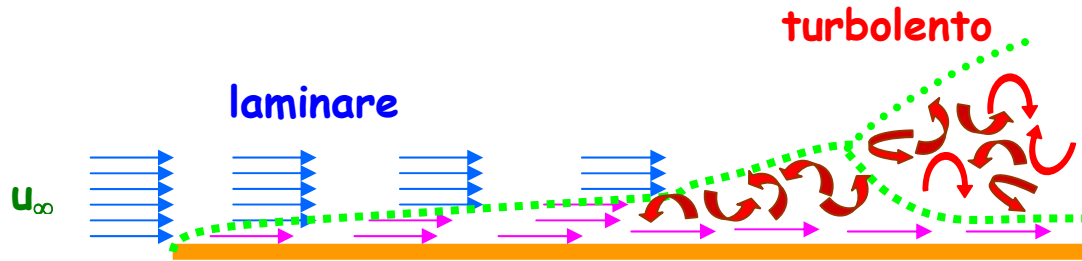
Da quanto esposto, si desume che nella convezione, naturale o forzata che sia, essendo presenti contemporaneamente il trasporto di energia e il movimento del fluido, per valutare la potenza termica scambiata tra il solido e il fluido circostante bisognerebbe determinare sia il campo di temperatura sia il campo di velocità che si instaurano nella regione di fluido prossima alla parete solida.

Per comprendere meglio l'influenza del campo di velocità del fluido in prossimità della superficie del solido sulla trasmissione del calore per convezione si considerino le caratteristiche di moto del fluido che si può instaurare in prossimità di una superficie solida. Il moto del fluido si distingue in *laminare* o *turbolento*.

Nel regime di *moto laminare* le particelle di fluido si muovono secondo traiettorie definite e scorrono ordinatamente le une vicine alle altre con velocità relativa non nulla tra gli strati del fluido. In questo caso sono assenti processi macroscopici di mescolamento tra le particelle di fluido: quando in un fluido in moto laminare si inietta un mezzo tracciante di diverso colore, si osserva per un lungo tratto una traccia a contorni regolari e ben definiti.

Nel regime di *moto turbolento* le particelle di fluido si muovono secondo traiettorie disordinate, estremamente caotiche e casuali. Si riscontra, pertanto, un intenso mescolamento tra le particelle di fluido; quando in un fluido in moto turbolento si inietta un mezzo tracciante di diverso colore, si osserva una traccia che si disperde immediatamente nella corrente.

Nella figura sottostante è riportato, a titolo di esempio, il campo di velocità che può instaurarsi in prossimità della superficie di una parete piana lambita parallelamente da una corrente d'aria, avente a monte della piastra velocità u_∞ .



Nella regione in cui il fluido lambisce la superficie piana le particelle di fluido vicine alla superficie sono rallentate dalle forze viscosi. Quelle immediatamente adiacenti alla superficie aderiscono ad essa e sono caratterizzate da una velocità relativa nulla rispetto alla parete. Le particelle negli strati di fluido successivi sono, invece, rallentate rispetto alla corrente indisturbata e tendono, man mano che ci si allontana dalla superficie, a raggiungere la velocità della corrente fluida indisturbata.

La regione entro la quale la velocità del fluido è minore della velocità del fluido indisturbato, u_∞ , ha un'estensione teoricamente infinita. Tuttavia, in pratica si può ritenere che a una distanza molto piccola dalla parete la velocità del fluido disturbato diventa quasi uguale a quella del fluido indisturbato. Di qui il nome di *strato limite della velocità* alla regione, di limitata estensione, in cui esistono gradienti di velocità delle particelle di fluido.

Nella maggior parte dei fenomeni il regime di moto è sempre laminare lungo la prima parte della parete e diventa successivamente turbolento. La transizione dal regime laminare al regime turbolento non avviene repentinamente ma attraverso una regione di transizione in cui convivono il regime laminare e il regime turbolento. A sua volta, lo strato limite turbolento si suddivide, ortogonalmente alla parete, in tre strati: un sottostrato laminare, molto sottile, adiacente alla parete in cui predominano gli effetti viscosi; uno strato intermedio, nel quale coesistono i due regimi di moto; uno strato turbolento nel quale predominano gli effetti turbolenti.

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte sullo sviluppo del campo di temperatura che si instaura nel fluido quando la sua temperatura è diversa dalla temperatura superficiale della parete. Le particelle di fluido a contatto con la parete assumono la sua temperatura mentre la temperatura degli strati di fluido successivi varia gradualmente e tende, man mano che ci si allontana dalla superficie, ad assumere il valore della temperatura della corrente fluida indisturbata. Anche in questa circostanza la regione entro la quale la temperatura del fluido è diversa da quella del fluido indisturbato ha un'estensione teoricamente infinita e, tuttavia, in pratica si può ritenere che a una distanza molto piccola dalla parete la temperatura del

fluido disturbato diventa quasi uguale a quella del fluido indisturbato. Di qui il nome di *strato limite della temperatura* alla regione in cui esistono gradienti di temperatura delle particelle di fluido.

Senza entrare nel dettaglio degli aspetti termofluidodinamici, si comprende facilmente che nel moto turbolento l'intenso mescolamento del fluido, favorendo il mescolamento tra particelle di fluido caratterizzate da differenti temperature, rende più efficiente la trasmissione di energia termica rispetto alle zone in cui prevale il regime laminare.

Da quanto esposto si evince che la soluzione dei problemi di convezione è molto complessa. Nella maggior parte dei casi ci si deve limitare a esprimere la potenza termica trasmessa per convezione tra una superficie e un fluido circostante, $\dot{Q}_c$, tramite la relazione proposta da Isaac Newton nel 1701

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty)$$

dove $\bar{h}_c$ [W/m² K] è detta *conduttanza termica convettiva unitaria*, T_s e T_∞ [K] sono, rispettivamente, la temperatura della superficie e quella del fluido indisturbato, cioè al di fuori dello strato limite termico, e A [m²] è l'area della superficie di scambio.

Si noti che la conduttanza termica convettiva dipende da numerosi fattori, quali la geometria e la disposizione della superficie solida rispetto al fluido, lo stato superficiale del solido, le proprietà termofisiche del fluido, la differenza di temperatura tra il solido e il fluido circostante. Si noti anche che essa varia lungo la parete. Poiché in genere si è interessati alla potenza termica scambiata tra un fluido e l'intera superficie, il valore di $\bar{h}_c$ che si utilizza nella relazione di Newton rappresenta un valore medio, relativo alla geometria considerata. Inoltre, per superare le difficoltà connesse con la numerosità delle variabili presenti che influenzano il valore di $\bar{h}_c$, si ricorre a numeri adimensionali che raggruppano più variabili. I più comuni sono:

Numero di Nusselt	$\bar{Nu} = \frac{\bar{h}_c L}{k}$
Numero di Prandtl	$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$
Numero di Grashof	$Gr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}$

Numero di Reynolds	$Re = \frac{u_{\infty} L}{\nu}$
Numero di Rayleigh	$Ra = Pr \cdot Gr$

nei quali

k è la conducibilità termica del fluido [W/m K],

μ è la viscosità del fluido [Pa s],

ν è la viscosità cinematica del fluido [m²/s],

c_p è il calore specifico a pressione costante del fluido [J/kg K],

β è il coefficiente di comprimibilità isobarica del fluido [1/K],

g è l'accelerazione di gravità [m/s²],

L è una lunghezza caratteristica della geometria [m],

u_{∞} è la velocità del fluido indisturbato [m/s].

Indipendentemente dalla geometria considerata, è possibile pervenire, quasi sempre sperimentalmente, a correlazioni abbastanza semplici tra i numeri adimensionali, del tipo

$$\text{Convezione forzata: } \bar{Nu} = f(Pr, Re)$$

$$\text{Convezione naturale: } \bar{Nu} = f(Ra)$$

Ovviamente, assegnata una certa geometria e, quindi, stabilito il legame funzionale tra i diversi numeri adimensionali, per calcolare i loro valori bisogna conoscere i valori delle proprietà del fluido (viscosità, densità, calore specifico a pressione costante, conducibilità del fluido). Poiché la temperatura del fluido nello strato limite termico varia da T_s sulla superficie a T_{∞} all'esterno dello strato limite termico e con la temperatura variano i valori delle proprietà del fluido, queste sono di solito valutate alla temperatura media aritmetica tra la temperatura della superficie e quella della corrente di fluido indisturbata, $(T_s + T_{\infty})/2$.

Prima di presentare le correlazioni tra i numeri adimensionali utili per la determinazione della conduttanza convettiva unitaria per varie geometrie, è opportuno attribuire il significato fisico ai numeri adimensionali introdotti.

Il numero di Reynolds rappresenta il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosi

$$Re = \frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze viscosi}} = \frac{u_{\infty} L}{\nu}$$

in cui u_∞ è la velocità del fluido indisturbato, L è una lunghezza caratteristica della geometria e ν è la viscosità cinematica del fluido. Il valore del numero di Reynolds consente di stabilire se nella convezione forzata il regime di moto nello strato limite della velocità è laminare o turbolento. Nel deflusso del fluido le forze viscosi, opponendosi al moto, tendono a mantenere un moto ordinato delle particelle fluide secondo traiettorie regolari e rettilinee mentre le forze d'inerzia tendono a determinare un moto casuale delle particelle fluide secondo traiettorie casuali e quindi sono responsabili del loro mescolamento. Pertanto, per grandi valori del numero di Reynolds le forze d'inerzia prevalgono su quelle viscosi e nella corrente fluida si instaura un regime di moto turbolento; viceversa per piccoli valori del numero di Reynolds le forze viscosi prevalgono su quelle di inerzia e il regime di moto che si instaura nella corrente fluida è laminare. Nella tabella sottostante sono riportati i valori della viscosità cinematica di alcune sostanze.

Fluido	Viscosità cinematica, ν [m^2/s]
olio lubrificante a 300 K	$60,1 \cdot 10^{-5}$
olio lubrificante a 400 K	$0,80 \cdot 10^{-5}$
aria a 300 K	$1,57 \cdot 10^{-5}$
aria a 1200 K	$15,8 \cdot 10^{-5}$
acqua a 300 K	$0,086 \cdot 10^{-5}$
acqua a 600 K	$0,012 \cdot 10^{-5}$

Il numero di Reynolds in corrispondenza del quale il regime di moto diventa turbolento è detto *numero di Reynolds critico*, Re_c . Il valore del numero di Reynolds critico varia con la geometria: nel moto su una piastra piana la transizione da moto laminare a turbolento si verifica per $Re_c \approx 2 \cdot 10^5$; nel moto all'interno di tubi il valore generalmente accettato per il numero di Reynolds critico è 2.300, e, più precisamente, si ha

$Re < 2.300 \Rightarrow$ moto laminare;

$2.300 < Re < 4.000 \Rightarrow$ transizione da moto laminare a moto turbolento;

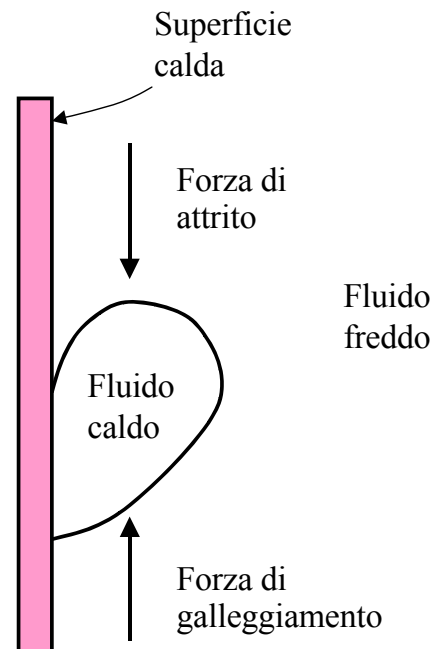
$Re > 4.000 \Rightarrow$ moto turbolento.

Nella convezione naturale, il parametro da cui dipende il regime di moto è il numero di Grashof:

$$Gr = \frac{\text{forze di galleggiamento}}{\text{forze viscosi}} = \frac{\text{forze di inerzia}}{\text{forze viscosi}} = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2}$$

in cui g è l'accelerazione di gravità, β è il coefficiente di comprimibilità isobarica del fluido, T_s è la temperatura della superficie, T_∞ è la temperatura del fluido indisturbato, L è la lunghezza caratteristica della geometria e ν è la viscosità cinematica del fluido.

La forza di galleggiamento è causata dalla differenza di densità dovuta alla differenza tra la temperatura del fluido che, a contatto con la superficie, si riscalda o si raffredda e la temperatura del fluido circostante. Pertanto, per grandi valori del numero di Grashof le forze di galleggiamento prevalgono su quelle viscose e si instaura il regime di moto turbolento nella corrente fluida; viceversa per bassi valori del numero di Grashof le forze viscose prevalgono sulle forze di galleggiamento e il regime di moto che si instaura nella corrente fluida è laminare.



Come evidenziato, il numero di Grashof svolge nella convezione naturale il ruolo svolto dal numero di Reynolds nella convezione forzata. Si può, pertanto, definire *numero di Grashof critico* il valore del numero Grashof in corrispondenza del quale il regime di moto diviene turbolento. Per piastre verticali il valore del numero di Grashof critico è dell'ordine di 10^9 .

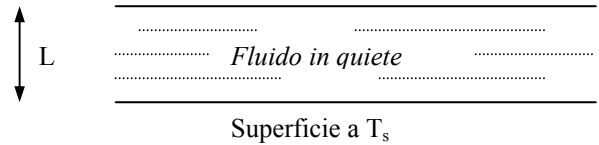
Nella tabella sottostante sono riportati alcuni valori del coefficiente di comprimibilità dell'aria e dell'acqua liquida.

Fluido	Coefficiente di comprimibilità, β [1/K]
aria a 300 K	$3,0 \cdot 10^{-3}$
aria a 500 K	$2,0 \cdot 10^{-3}$
acqua a 300 K	$2,7 \cdot 10^{-4}$
acqua a 500 K	$1,4 \cdot 10^{-4}$

Un'interpretazione fisica del numero di Nusselt si può ottenere considerando un immaginario strato di fluido di spessore L , in quiete, compreso tra la piastra a temperatura T_s e una superficie immaginaria alla temperatura T_∞ . Il flusso termico, di

natura puramente conduttiva, trasferito tra le due superfici attraverso la "parete" di fluido sarebbe

$$\dot{q}_k = \frac{k_{\text{fluido}} (T_s - T_\infty)}{L}$$



Confrontando il flusso convettivo effettivamente trasmesso, $\dot{q}_c = \bar{h}_c (T_s - T_\infty)$, con l'ipotetico flusso conduttivo appena specificato, si riconosce facilmente che il numero di Nusselt può interpretarsi come rapporto tra il flusso effettivamente scambiato per convezione e quello che sarebbe trasmesso per conduzione nella situazione di fluido fermo che si è immaginata

$$\bar{Nu} = \dot{q}_c / \dot{q}_k = \bar{h}_c L / k_{\text{fluido}}$$

Il numero di Nusselt è, pertanto, sempre maggiore dell'unità (è unitario solo quando la trasmissione del calore attraverso lo strato fluido avviene per sola conduzione).

Il numero di Prandtl rappresenta il rapporto tra lo spessore dello strato limite della velocità e quello dello strato limite termico. Le sostanze, come gli oli, caratterizzate da un numero di Prandtl sensibilmente maggiore di 1, presentano uno spessore dello strato limite della velocità molto maggiore di quello dello strato limite termico. La situazione opposta si verifica per i metalli liquidi, che sono caratterizzati da un numero di Prandtl molto minore di uno. Il valore del numero di Prandtl dell'aria e, più in generale, dei gas, è quasi unitario; in questi casi, pertanto, gli strati limite della temperatura e della velocità hanno praticamente lo stesso spessore.

Sono nel seguito riportate, per alcune geometrie tipiche, le relazioni, in termini di parametri adimensionali, utilizzabili in convezione forzata e in convezione naturale.

CONVEZIONE FORZATA

Le proprietà del fluido devono essere valutate alla temperatura del fluido indisturbato, T_∞ .

Parete piana lambita parallelamente

lunghezza caratteristica: lunghezza della parete nella direzione del flusso.

$$\bar{Nu} = 0,646 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

$$Re < 2 \cdot 10^5$$

moto laminare

$$\bar{Nu} = \left\{ 0.036 \left[Re^{0.80} \cdot Pr^{0.43} - 17.400 \right] + 289 Pr^{1/3} \right\} \left(\mu_{\infty} / \mu_s \right)^{1/4} \quad Re > 2 \cdot 10^5$$

moto turbolento

Cilindro investito ortogonalmente

lunghezza caratteristica: diametro esterno del cilindro.

$$\bar{Nu} = \left[0,40 Re^{1/2} + 0,060 Re^{2/3} \right] Pr^{2/5} \left(\mu_{\infty} / \mu_s \right)^{1/4} \quad 1 < Re < 10^5$$

Sfera

lunghezza caratteristica: diametro esterno della sfera.

$$\bar{Nu} = 2 + \left[0.40 Re^{1/2} + 0.060 Re^{2/3} \right] Pr^{2/5} \left(\mu_{\infty} / \mu_s \right)^{1/4} \quad 3,5 < Re < 7,6 \cdot 10^4$$

Si noti che per Re tendente a zero, cioè velocità tendente a zero e, pertanto, convezione che tende a diventare pura conduzione, $\bar{Nu}$ tende a 2.

CONVEZIONE NATURALE

Le proprietà del fluido devono essere valutate alla media aritmetica tra la temperatura della superficie e quella della corrente di fluido indisturbata, $(T_s + T_{\infty})/2$.

Parete piana verticale

lunghezza caratteristica: altezza della parete.

$$\bar{Nu} = 0,59 Ra^{1/4} \quad 10^4 < Ra < 10^9 \quad \text{moto laminare}$$

$$\bar{Nu} = 0,13 Ra^{1/3} \quad 10^9 < Ra < 10^{13} \quad \text{moto turbolento}$$

Parete piana orizzontale

lunghezza caratteristica: la media aritmetica della lunghezza dei due lati di una parete rettangolare (la lunghezza del lato minore quando sia trascurabile rispetto all'altra); il diametro di una parete circolare; il rapporto area/perimetro di una parete avente forma qualunque.

Si distinguono due casi:

- 1) faccia superiore della parete più calda del fluido/faccia inferiore della parete più fredda del fluido

$$\bar{Nu} = 0,54 Ra^{1/4} \quad 10^5 < Ra < 2 \cdot 10^7 \quad \text{moto laminare}$$

$$\bar{Nu} = 0,14 Ra^{1/3} \quad 2 \cdot 10^7 < Ra < 3 \cdot 10^{10} \quad \text{moto turbolento}$$

- 2) faccia superiore della parete più fredda del fluido/faccia inferiore della parete più calda del fluido

$$\bar{Nu} = 0,27 Ra^{1/4} \quad 3 \cdot 10^5 < Ra < 3 \cdot 10^{10} \quad \text{moto laminare}$$

Sfera

lunghezza caratteristica: diametro esterno della sfera.

Convezione in aria e in altri gas il cui numero di Prandtl sia prossimo all'unità:

$$\bar{Nu} = 2 + 0,43 Ra^{1/4} \quad 1 < Ra < 10^5 \quad \text{moto laminare}$$

Convezione in acqua liquida

$$\bar{Nu} = 2 + 0,50 Ra^{1/4} \quad 3 \times 10^5 < Ra < 8 \cdot 10^8 \quad \text{moto laminare}$$

Cilindro orizzontale

lunghezza caratteristica: diametro esterno del cilindro.

$$\bar{Nu} = 0,53 Ra^{1/4} \quad 10^4 < Ra < 10^9 \quad \text{moto laminare}$$

$$\bar{Nu} = 0,13 Ra^{1/3} \quad 10^9 < Ra < 10^{13} \quad \text{moto turbolento}$$

Cilindro verticale

lunghezza caratteristica: l'altezza del cilindro.

Quando sia

$$\frac{L/D}{Gr^{1/4}} < 0,25$$

con L l'altezza del cilindro e D il suo diametro esterno, possono essere utilizzate le correlazioni per piastra piana verticale.

Intercapedini piane contenenti aria

dimensione caratteristica: spessore dell'intercapedine.

Le proprietà del fluido devono essere valutate alla media aritmetica tra la temperatura delle superfici interne delle due pareti costituenti l'intercapedine, T_1 e T_2 , $(T_1 + T_2)/2$.

Si fa riferimento a

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_1 - T_2) \quad \text{Gr} = \frac{g \beta (T_1 - T_2) L^3}{\nu^2}$$

Intercapedini orizzontali

Quando la superficie della parete inferiore dell'intercapedine è più calda della superficie della parete superiore

$\bar{Nu} = 0,195 \text{ Gr}^{1/4}$	$10^4 < \text{Gr} < 4 \cdot 10^5$	moto laminare
$\bar{Nu} = 0,068 \text{ Gr}^{1/3}$	$4 \cdot 10^5 < \text{Gr}$	moto turbolento

Si noti che quando la superficie della parete inferiore dell'intercapedine è più fredda della superficie della parete superiore, il fluido stratifica e il calore si trasmette per pura conduzione.

Intercapedini verticali

Il numero di Nusselt dipende anche dal rapporto di forma, F: altezza/spessore dell'intercapedine.

$\bar{Nu} = 0,18 \text{ Gr}^{1/4} \cdot F^{-1/9}$	$2 \cdot 10^4 < \text{Gr} < 2 \cdot 10^5$	moto laminare
$\bar{Nu} = 0,065 \text{ Gr}^{1/3} \cdot F^{-1/9}$	$2 \cdot 10^5 < \text{Gr} < 11 \cdot 10^6$	moto turbolento

Esempi svolti

Esempio 1

Una strada larga 10 m e alla temperatura uniforme di 45 °C è lambita trasversalmente da aria a 27 °C. La velocità relativa tra aria e strada è di 1,0 m/s. Valutare la potenza termica ceduta dalla strada all'aria.

Si tratta di convezione forzata tra una piastra piana e un fluido che la lambisce parallelamente. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla sua temperatura.

Il massimo valore assunto dal numero di Reynolds

$$Re = \frac{u_{\infty} L}{\nu} = \frac{1,0 \cdot 10}{1,6 \cdot 10^{-5}} = 6,3 \cdot 10^5$$

è maggiore del numero di Reynolds critico ($\approx 2 \cdot 10^5$) e, pertanto, il numero di Nusselt è desumibile dalla relazione

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.036 \left[Re^{0.80} \cdot Pr^{0.43} - 17.400 \right] + 289 Pr^{1/3} \right\}$$

non essendo, per gli aeriformi, necessario tenere conto delle eventuali differenze nei valori della viscosità.

Con $Pr = 0,72$ si ha

$$\overline{Nu} = \left\{ 0.036 \left[(6,3 \cdot 10^5)^{0.80} \cdot 0,72^{0.43} - 17.400 \right] + 289 \cdot 0,72^{1/3} \right\}$$

$$\overline{Nu} = 3,6 \cdot 10^2 (4,4 \cdot 10^4 \cdot 0,87 - 17,400) + 2,6 \cdot 10^2 = 7,5 \cdot 10^2 + 2,6 \cdot 10^2 = 10,1 \cdot 10^2$$

Poiché è

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}_c L}{k}$$

si ha

$$\overline{h}_c = \frac{\overline{Nu} k}{L} = \frac{10,1 \cdot 10^2 \cdot 2,6 \cdot 10^{-2}}{10} = 2,6 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \overline{h}_c (T_s - T_{\infty}) = 10 \cdot 2,6 (45 - 27) = 4,7 \cdot 10^2 \text{ W/m}$$

Esempio 2

La superficie di una piastra piana, larga 2,0 e lunga 0,5 m, mantenuta alla temperatura uniforme di 40 °C è lambita da acqua liquida alla temperatura di 20 °C con velocità relativa di 0,50 m/s.

Calcolare la potenza termica ceduta dalla piastra al fluido.

Si tratta di convezione forzata tra una piastra piana e un fluido che la lambisce parallelamente. Le proprietà dell'acqua devono essere valutate alla sua temperatura.

Il massimo valore assunto dal numero di Reynolds

$$Re = \frac{u_{\infty} L}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{1,0 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^5$$

è minore del numero di Reynolds critico ($Re_c \approx 2 \cdot 10^5$) e, pertanto, il numero di Nusselt è desumibile dalla relazione

$$\bar{Nu} = 0,646 Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

Con $Pr = 7,0$ si ha

$$\bar{Nu} = 0,646 (2,5 \cdot 10^5)^{1/2} \cdot 7,0^{1/3} = 0,646 \cdot 5,0 \cdot 10^2 \cdot 1,9 = 6,1 \cdot 10^2$$

Poiché è

$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h}_c L}{k}$$

si ha

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} k}{L} = \frac{6,1 \cdot 10^2 \cdot 6,0 \cdot 10^{-1}}{0,5} = 7,4 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_{\infty}) = 1,0 \cdot 2,0 \cdot 7,4 \cdot 10^2 (40 - 15) = 38 \cdot 10^3 \text{ W}$$

Esempio 3

La superficie laterale esterna di un condotto molto lungo, avente un diametro esterno di 10,0 cm, è alla temperatura uniforme di 60°C. Aria alla temperatura di 4,0 °C lo investe ortogonalmente all'asse, con velocità di 3,0 m/s.

Determinare la potenza termica convettiva dispersa dal tubo per unità di lunghezza.

Si tratta di convezione forzata tra un cilindro e un fluido che lo investe ortogonalmente. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla sua temperatura.

Il numero di Reynolds vale

$$\text{Re} = \frac{u_{\infty} D}{\nu} = \frac{0,10 \cdot 3,0}{1,4 \cdot 10^{-5}} = 21 \cdot 10^3$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{\text{Nu}} = \left[0,40 \text{Re}^{1/2} + 0,060 \text{Re}^{2/3} \right] \text{Pr}^{2/5}$$

Con $\text{Pr} = 0,72$ si ha

$$\bar{\text{Nu}} = \left[0,40 (21 \cdot 10^3)^{1/2} + 0,060 (21 \cdot 10^3)^{2/3} \right] 0,72^{2/5} = (58 + 43) 0,88 = 89$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{\text{Nu}} k}{L} = \frac{89 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 22 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = \pi D \bar{h}_c (T_s - T_{\infty}) = \pi \cdot 0,10 \cdot 22 (60 - 4) = 7,7 \cdot 10^2 \text{ W/m}$$

Esempio 4

Un contenitore sferico di acciaio avente un diametro di 50 cm e una temperatura della superficie esterna, uniforme, di 30 °C, è investito da un flusso d'aria a 17 °C con velocità di 3,0 m/s.

Determinare la potenza termica scambiata per convezione.

Si tratta di convezione forzata tra una sfera e un fluido che la investe ortogonalmente. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla sua temperatura.

Il numero di Reynolds vale

$$\text{Re} = \frac{u_{\infty} D}{\nu} = \frac{3,0 \cdot 5,0 \cdot 10^{-1}}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 1,0 \cdot 10^5$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 2 + \left[0,40 Re^{1/2} + 0,060 Re^{2/3} \right] Pr^{2/5}$$

Con $Pr = 0,72$ si ha

$$\bar{Nu} = 2 + \left[0,40 (1,0 \cdot 10^5)^{1/2} + 0,060 (1,0 \cdot 10^5)^{2/3} \right] 0,72^{2/5} = (1,2 \cdot 10^2 + 1,2 \cdot 10^2) 0,88 = 2,1 \cdot 10^2$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} k}{D} = \frac{2,1 \cdot 10^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{5,0 \cdot 10^{-1}} = 11 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = \pi D^2 \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi (0,50)^2 \cdot 11 (30 - 17) = 1,1 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 5

Valutare la potenza termica convettiva ceduta ad aria stagnante alla temperatura uniforme di 28 °C da una parete piana verticale alta 2,0 m e larga 1,0 m alla temperatura uniforme di 70 °C.

Si tratta di convezione naturale tra una parete piana verticale e un fluido. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla temperatura media $(T_s + T_\infty)/2 = (28 + 70)/2 = 49$ °C.

Il numero di Rayleigh vale

$$Ra = Gr Pr = 98 \cdot 10^6 (70 - 28) 2,0^3 \cdot 0,71 = 2,3 \cdot 10^{10}$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 0,13 Ra^{1/3} = 0,13 (2,3 \cdot 10^{10})^{1/3} = 3,4 \cdot 10^2$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} k}{h} = \frac{3,4 \cdot 10^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-2}}{2,0} = 4,8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = 2,0 \cdot 1,0 \cdot 4,8 (70 - 28) = 4,0 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 6

La temperatura superficiale di un pannello refrigerante (2,0 m•1,0 m) collocato a soffitto in un ambiente è di 7,0 °C.

Valutare la potenza termica sottratta all'aria stagnante sottostante, la cui temperatura è di 27 °C.

Si tratta di convezione naturale tra un fluido e la superficie inferiore di una parete piana orizzontale più fredda del fluido sottostante. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla temperatura media $(T_s + T_\infty)/2 = (27 + 7,0)/2 = 17 \text{ °C}$.

Il numero di Rayleigh vale

$$\text{Ra} = \text{Gr Pr} = 154 \cdot 10^6 (27 - 7,0) \left(\frac{2,0 + 1,0}{2} \right)^3 0,71 = 7,4 \cdot 10^9$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{\text{Nu}} = 0,14 \text{ Ra}^{1/3} = 0,13 (7,4 \cdot 10^9)^{1/3} = 2,3 \cdot 10^2$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{2,3 \cdot 10^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,5} = 3,8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = 2,0 \cdot 1,0 \cdot 3,8 (27 - 7,0) = 1,5 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 7

Il bulbo di una lampada a incandescenza, approssimativamente sferico, avente un diametro esterno di 5,0 cm e una temperatura superficiale di 60 °C, è sospeso in aria stagnante a 30 °C.

Valutare la potenza termica dissipata per convezione.

Si tratta di convezione naturale tra una sfera e un fluido. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla temperatura media $(T_s + T_\infty)/2 = (60 + 30)/2 = 45 \text{ °C}$.

Il numero di Rayleigh vale

$$\text{Ra} = \text{Gr Pr} = 98 \cdot 10^6 (60 - 30) (5,0 \cdot 10^{-2})^3 0,71 = 2,6 \cdot 10^5$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 2 + 0,43 Ra^{1/4} = 2 + 0,43 (2,6 \cdot 10^5)^{1/4} = 2 + 9,7 = 12$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{12 \cdot 2,8 \cdot 10^{-2}}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 6,7 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi (5,0 \cdot 10^{-2})^2 6,7 (60 - 30) = 1,5 \text{ W}$$

Esempio 8

Un tubo orizzontale di rame, avente diametro esterno di 5,0 cm e spessore di 2,0 mm, è percorso da vapore d'acqua saturo alla pressione di 1,0 atm ed è immerso in acqua liquida stagnante alla temperatura uniforme di 30 °C. Valutare la potenza termica somministrata all'acqua per unità di lunghezza del tubo, assumendo una temperatura superficiale del tubo di 100 °C.

Si tratta di convezione naturale tra un cilindro orizzontale e un fluido. Le proprietà dell'acqua devono essere valutate alla temperatura media $(T_s + T_\infty)/2 = (100 + 30)/2 = 65 \text{ °C}$.

Il numero di Rayleigh vale

$$Ra = Gr Pr = 23 \cdot 10^9 (100 - 30) (5,0 \cdot 10^{-2})^3 3,0 = 6,0 \cdot 10^8$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 0,53 Ra^{1/4} = 0,53 (6,0 \cdot 10^8)^{1/4} = 83$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{83 \cdot 6,6 \cdot 10^{-1}}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 1,1 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = \pi D \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi (5,0 \cdot 10^{-2}) 1,1 \cdot 10^3 (100 - 30) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ W/m}$$

Esempio 9

In un infisso due lastre di vetro costituiscono un'intercapedine, alta 1,5 m, larga 2,0 m e spessa 30 mm, contenente aria stagnante.

Valutare la potenza termica convettiva trasmessa attraverso l'aria, quando le temperature delle superfici interne dei vetri sono 5,0 °C e 11,0 °C.

Le proprietà del fluido devono essere valutate alla media aritmetica tra la temperatura delle superfici interne dei vetri, T_1 e T_2 , $(T_1 + T_2)/2 = (11,0 + 5,0)/2 = 8,0$ °C.

Il numero di Grashof vale

$$Gr = 180 \cdot 10^6 (11 - 5,0) (3,0 \cdot 10^{-2})^3 = 29 \cdot 10^3$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 0,18 Gr^{1/4} F^{-1/9} = 0,18 (29 \cdot 10^3)^{1/3} (1,5/0,03)^{-1/9} = 3,5$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{3,5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{3,0 \cdot 10^{-2}} = 2,9 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = A \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = 2,0 \cdot 1,5 \cdot 2,9 (11 - 5,0) = 52 \text{ W}$$

Esempio 10

Ai fini delle interazioni termiche con l'ambiente, il corpo dell'individuo medio è schematizzabile come un cilindro di 35 cm di diametro e di 1,7 m di altezza, con temperatura superficiale, uniforme, di 35 °C. Si consideri la situazione in cui l'individuo, in piedi, è immerso in aria stagnante alla temperatura di 21 °C.

Calcolare la potenza termica convettiva ceduta dal corpo all'aria nelle seguenti condizioni:

- a) individuo fermo,
- b) individuo che cammina alla velocità di 1,0 m/s.

- a) Si tratta di convezione naturale tra un cilindro verticale e l'aria. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla temperatura media $(T_s + T_\infty)/2 = (35 + 21)/2 = 28$ °C.

Il numero di Grashof vale

$$\text{Gr} = 180 \cdot 10^6 (35 - 21) (1,7)^3 = 1,2 \cdot 10^{10}$$

Poiché il gruppo
$$\frac{L/D}{(\text{Gr})^{1/4}} = \frac{1,7/0,35}{(1,2 \cdot 10^{10})^{1/4}} = 0,015$$

è minore di 0,25, possono essere utilizzate le correlazioni per piastra verticale.

Il numero di Rayleigh vale

$$\text{Ra} = \text{Gr Pr} = 1,2 \cdot 10^{10} \cdot 0,71 = 8,5 \cdot 10^9$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{\text{Nu}} = 0,13 \text{ Ra}^{1/3} = 0,13 (8,5 \cdot 10^9)^{1/3} = 2,6 \cdot 10^2$$

da cui
$$\bar{h}_c = \frac{2,6 \cdot 10^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,7} = 3,8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = \pi D L \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi (3,5 \cdot 10^{-1}) 1,7 \cdot 3,8 (35 - 21) = 99 \text{ W}$$

- b) Si tratta di convezione forzata tra un cilindro e l'aria che lo investe ortogonalmente. Le proprietà dell'aria devono essere valutate alla sua temperatura.

Il numero di Reynolds vale

$$\text{Re} = \frac{u_\infty D}{\nu} = \frac{1,0 \cdot 0,35}{1,4 \cdot 10^{-5}} = 25 \cdot 10^3$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{\text{Nu}} = \left[0,40 \text{ Re}^{1/2} + 0,060 \text{ Re}^{2/3} \right] \text{Pr}^{2/5}$$

Con $\text{Pr} = 0,72$ si ha

$$\bar{Nu} = \left[0,40 (25 \cdot 10^3)^{1/2} + 0,060 (25 \cdot 10^3)^{2/3} \right] 0,72^{2/5} = (64 + 48) 0,88 = 99$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} \, k}{D} = \frac{99 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{35 \cdot 10^{-2}} = 10 \, \text{W/m}^2 \, \text{K}$$

Dunque

$$\dot{Q}_c = \pi \, D \, L \, \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi \, 0,35 \cdot 1,7 \cdot 10 \, (35 - 21) = 2,6 \cdot 10^2 \, \text{W}$$

PROBLEMI NON SVOLTI

Problema 1

Determinare il flusso termico convettivo disperso da una parete piana alla temperatura uniforme di 15°C , lambita da aria alla velocità media di $2,0\text{ km/h}$ e alla temperatura di $7,0^{\circ}\text{C}$. La lunghezza della parete, nella direzione del flusso d'aria, è $3,0\text{ m}$.

$$(\dot{q} = 23\text{ W/m}^2)$$

Problema 2

Valutare la potenza termica convettiva dispersa da un tetto orizzontale la cui superficie superiore, alla temperatura di $5,0^{\circ}\text{C}$, è lambita da aria a $-5,0^{\circ}\text{C}$ alla velocità media di $1,5\text{ m/s}$. Il tetto è lungo 15 m , nella direzione del moto, e largo $9,0\text{ m}$.

$$(\dot{Q} = 5,8\text{ kW})$$

Problema 3

Un condotto cilindrico a sezione circolare, avente diametro esterno di 40 cm e temperatura superficiale uniforme di 40°C , è investito ortogonalmente da acqua alla temperatura di 20°C , con velocità relativa di $2,0\text{ m/s}$.

Determinare la potenza termica convettiva ceduta all'acqua, per unità di lunghezza del condotto.

$$(\dot{Q}/L = 63\text{ kW/m})$$

Problema 4

Una sfera, avente diametro di 25 cm e alla temperatura uniforme di 250°C , è investita da un flusso d'aria a 27°C alla velocità di $3,0\text{ m/s}$.

Valutare la potenza termica trasmessa all'aria per convezione.

$$(\dot{Q} = 7,0 \cdot 10^2\text{ W})$$

Problema 5

Determinare la potenza termica ceduta convettiva da acqua stagnante a 54°C a una parete verticale, alta $2,0\text{ m}$ e larga $4,5\text{ m}$, alla temperatura uniforme di 20°C .

$$(\dot{Q} = 2,4 \cdot 10^5\text{ W})$$

Problema 6

Valutare la potenza termica convettiva trasferita da una parete orizzontale alla temperatura uniforme di 22°C , lunga $1,0\text{ m}$ e larga $1,0\text{ m}$, ad acqua stagnante sovrastante alla temperatura uniforme di 18°C .

$$(\dot{Q} = 1,2\text{ kW})$$

Problema 7

Valutare la potenza termica sottratta a un'arancia, assimilata a una sfera di 10 cm di diametro alla temperatura uniforme di 15 °C, da aria stagnante alla temperatura di 5,0 °C.

$$(\dot{Q} = 1,4 \text{ W})$$

Problema 8

Un condotto cilindrico a sezione circolare, avente diametro esterno di 40 cm e temperatura superficiale uniforme di 40 °C, è immerso in acqua stagnante alla temperatura uniforme di 20 °C.

Determinare la potenza termica convettiva ceduta all'acqua, per unità di lunghezza del condotto.

$$(\dot{Q}/L = 16 \text{ kW/m})$$

Problema 9

Si calcoli il flusso termico trasmesso attraverso un'intercapedine verticale contenente aria, alta 2,0 m e spessa 5,0 cm, costituita da due fogli quadrati d'alluminio lucidato, mantenuti l'uno a 100 °C e l'altro a 20 °C.

$$(\dot{q} = 1,8 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2)$$

Proprietà dell'acqua liquida (satura)

T (K)	ρ (kg/m ³)	β (10 ⁻⁴ /K)	c_p (J/kg K)	k (W/m K)	α (10 ⁻⁶ m ² /s)	μ (10 ⁻⁶ Pa·s)	ν (10 ⁻⁶ m ² /s)	Pr	$g\beta/\nu^2$ (10 ⁹ /K m ³)
273	999,3	0,7	4226	0,558	0,131	1794	1,789	13,7	-
293	998,2	2,1	4182	0,597	0,143	993	1,006	7,00	2,035
313	992,2	3,9	4175	0,633	0,151	658	0,658	4,30	8,833
333	983,2	5,3	4181	0,658	0,159	472	0,478	3,00	22,75
353	971,8	6,3	4194	0,673	0,165	352	0,364	2,25	46,68
373	958,4	7,5	4211	0,682	0,169	278	0,294	1,75	85,09
473	862,8	13,5	4501	0,665	0,170	139	0,160	0,95	517,2
573	712,5	29,5	5694	0,564	0,132	92,2	0,128	0,98	1766

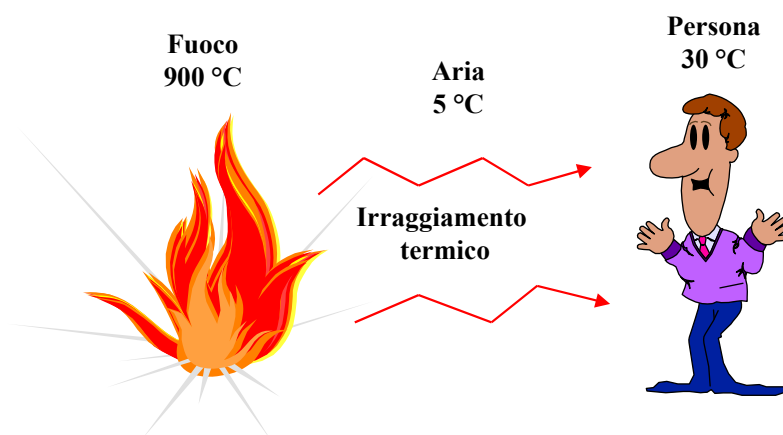
Proprietà dell'aria a pressione atmosferica

T (K)	ρ (kg/m ³)	β (10 ⁻³ /K)	c_p (J/kg K)	k (10 ⁻² W/m K)	a (10 ⁻⁴ m ² /s)	μ (10 ⁻⁶ Pa·s)	ν (10 ⁻⁶ m ² /s)	Pr	$g\beta/\nu^2$ (10 ⁶ /K m ³)
120	-	-	-	1,106	-	8,43	-	-	-
140	-	-	-	1,287	-	9,74	-	-	-
160	-	-	-	1,463	-	11,00	-	-	-
180	-	-	-	1,637	-	12,20	-	-	-
200	1,7690	5,000	1,004	1,810	0,1019	13,36	7,552	0,741	859,967
220	1,6070	4,545	1,004	1,980	0,1227	14,47	9,004	0,734	549,973
240	1,4730	4,167	1,005	2,145	0,1449	15,54	10,550	0,728	367,250
260	1,3590	3,846	1,005	2,305	0,1688	16,57	12,193	0,722	253,799
270	1,3080	3,704	1,006	2,384	0,1812	17,07	13,050	0,720	213,331
280	1,2610	3,571	1,006	2,461	0,1940	17,57	13,933	0,718	180,467
290	1,2180	3,448	1,006	2,538	0,2071	18,05	14,819	0,715	154,032
300	1,1770	3,333	1,006	2,614	0,2208	18,53	15,743	0,713	131,932
310	1,1390	3,226	1,007	2,687	0,2343	19,00	16,681	0,712	113,723
320	1,1030	3,125	1,007	2,759	0,2484	19,46	17,643	0,710	98,488
330	1,0700	3,030	1,008	2,830	0,2624	19,92	18,617	0,710	85,772
340	1,0380	2,941	1,008	2,900	0,2772	20,37	19,624	0,708	74,921
350	1,0090	2,857	1,009	2,970	0,2917	20,81	20,624	0,707	65,893
360	0,9805	2,778	1,010	3,039	0,3069	21,25	21,673	0,706	58,015
370	0,9539	2,703	1,011	3,107	0,3222	21,68	22,728	0,705	51,328
380	0,9288	2,632	1,012	3,173	0,3376	22,11	23,805	0,705	45,557
390	0,9050	2,564	1,013	3,239	0,3533	22,52	24,884	0,704	40,622
400	0,8822	2,500	1,014	3,305	0,3695	22,94	26,003	0,704	36,271
420	0,8402	2,381	1,017	3,437	0,4022	23,75	28,267	0,703	29,232
440	0,8021	2,273	1,020	3,568	0,4361	24,54	30,595	0,702	23,819
460	0,7672	2,174	1,023	3,697	0,4710	25,32	33,003	0,701	19,579
480	0,7351	2,083	1,026	3,825	0,5072	26,07	35,465	0,699	16,249
500	0,7057	2,000	1,030	3,951	0,5436	26,82	38,005	0,699	13,584
520	0,6786	1,923	1,034	4,080	0,5815	27,54	40,584	0,698	11,454
540	0,6535	1,852	1,038	4,200	0,6192	28,25	43,229	0,698	9,721
560	0,6300	1,786	1,042	4,320	0,6581	28,95	45,952	0,698	8,296
580	0,6084	1,724	1,047	4,440	0,6970	29,69	48,800	0,700	7,102
600	0,5881	1,667	1,051	4,560	0,7378	30,30	51,522	0,698	6,159
650	0,5428	1,538	1,063	4,840	0,8388	31,93	58,825	0,701	4,362
700	0,5042	1,429	1,075	5,130	0,9465	33,49	66,422	0,702	3,176
750	0,4706	1,333	1,087	5,410	1,0576	34,98	74,331	0,703	2,367
800	0,4412	1,250	1,099	5,690	1,1735	36,43	82,570	0,704	1,799
850	0,4152	1,176	1,110	5,970	1,2954	37,83	91,113	0,703	1,390
900	0,3922	1,111	1,121	6,250	1,4216	39,18	99,898	0,703	1,092
950	0,3715	1,053	1,131	6,490	1,5446	40,49	108,991	0,706	0,869
1000	0,3529	1,000	1,141	6,720	1,6689	41,77	118,362	0,709	0,700
1050	0,3361	0,952	1,150	6,950	1,7981	43,00	127,938	0,712	0,571
1100	0,3209	0,909	1,159	7,170	1,9278	44,20	137,738	0,714	0,470
1150	0,3069	0,870	1,167	7,380	2,0606	45,40	147,931	0,718	0,390
1200	0,2941	0,833	1,174	7,590	2,1983	46,50	158,109	0,719	0,327
1250	0,2824	0,800	1,181	7,790	2,3357	47,70	168,909	0,723	0,275
1300	0,2715	0,769	1,188	7,970	2,4710	48,80	179,742	0,727	0,234
1350	0,2614	0,741	1,194	8,160	2,6144	49,90	190,895	0,730	0,199
1400	0,2521	0,714	1,200	8,350	2,7601	50,90	201,904	0,731	0,172
1450	0,2434	0,690	1,205	8,530	2,9083	51,90	213,229	0,733	0,149
1500	0,2353	0,667	1,210	8,700	3,0557	53,00	225,244	0,737	0,129

IRRAGGIAMENTO

L'irraggiamento termico è uno dei meccanismi di trasmissione dell'energia come calore. La sua peculiarità è di non necessitare di un supporto materiale, potendo avvenire anche attraverso il vuoto. Esso, per esempio, è il meccanismo mediante il quale l'energia emessa dal Sole raggiunge e riscalda la Terra.

La trasmissione del calore per irraggiamento tra due corpi può avvenire anche in presenza di un mezzo di separazione più freddo di entrambi i corpi: per esempio, l'energia termica emessa da una fiamma raggiunge una persona attraversando aria più fredda così come la radiazione solare raggiunge la superficie della Terra dopo aver attraversato, alle elevate altitudini, strati d'aria molto freddi.



L'irraggiamento termico rientra nel più vasto fenomeno fisico della radiazione elettromagnetica. Tutti i corpi materiali, i solidi così come i liquidi e i gas, emettono energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e, in misura variabile, assorbono, riflettono e trasmettono energia radiante.

Le onde elettromagnetiche emesse dai corpi si propagano alla *velocità della luce*, c , nel mezzo che attraversano e sono caratterizzate dalla *frequenza*, f , misurata in Hertz, Hz, ovvero il numero di cicli nell'unità di tempo, dalla *lunghezza d'onda*, λ , ovvero la distanza percorsa in un periodo, generalmente misurata in micrometri, μm ,. Queste grandezze sono legate dalla relazione

$$c = \lambda f$$

La velocità di propagazione della luce nel vuoto è circa 300.000 km/s.

Esistono diversi tipi di onde elettromagnetiche, ciascuno prodotto da una differente causa: i raggi gamma sono prodotti da reazioni nucleari; i raggi X sono prodotti dal

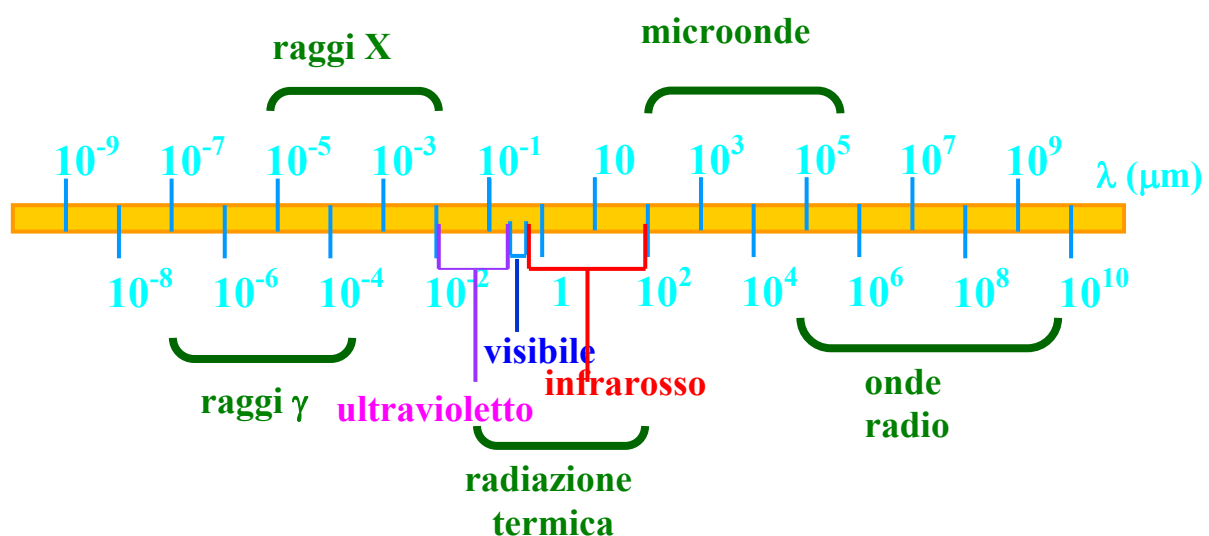
bombardamento di metalli con elettroni di alta energia; le microonde sono prodotte da speciali tubi elettronici, come il magnetron; le onde radio sono prodotte dal flusso di corrente alternata in conduttori elettrici; la radiazione termica è causata dalla temperatura dei corpi.

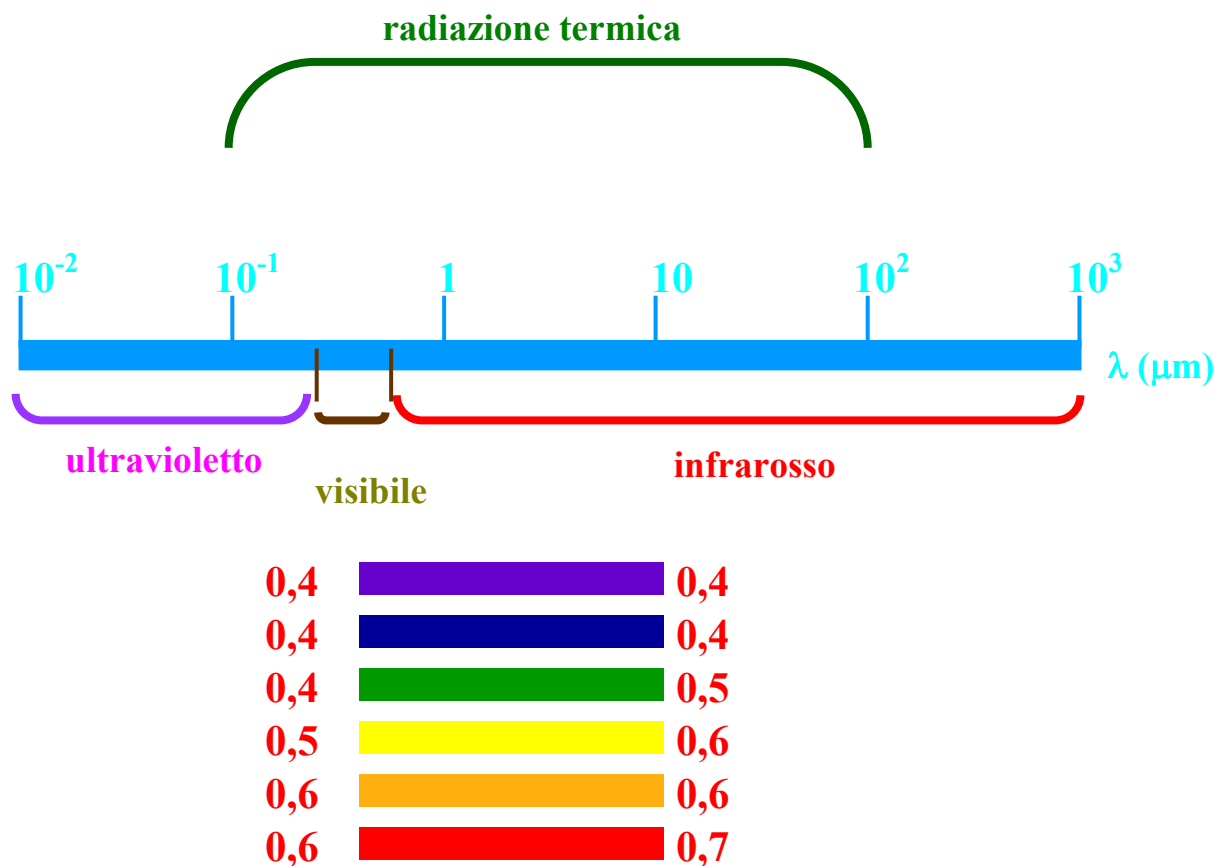
L'irraggiamento termico, pertanto, non studia tutta la radiazione elettromagnetica ma solo la radiazione termica, cioè l'energia elettromagnetica emessa dai corpi a causa della loro temperatura.

Le radiazioni elettromagnetiche differiscono molto nel loro comportamento al variare della lunghezza d'onda. Esse coprono un esteso campo di lunghezze d'onda, variabile da meno di 10^{-9} μm per i raggi cosmici a più di 10^{10} μm per le onde elettriche di potenza. Nella sottostante figura è illustrato lo spettro della radiazione elettromagnetica.

La radiazione termica è caratterizzata da lunghezze d'onda che variano da circa 0,1 μm a 100 μm . Essa include, quindi, tutta la radiazione visibile, caratterizzata da lunghezze d'onda comprese tra 0,40 e 0,76 μm , e parte della radiazione infrarossa e ultravioletta.

La radiazione elettromagnetica emessa da un corpo per irraggiamento termico varia sensibilmente al variare della temperatura del corpo, della lunghezza d'onda, del materiale costituente il corpo e del trattamento superficiale di quest'ultimo. Ad esempio, per uguali valori della lunghezza d'onda e della temperatura, una superficie di ferro ossidato emette circa quanto una superficie intonacata a calce; se il ferro è accuratamente lucidato, la radiazione emessa si riduce a meno del 10%.





L'energia termica emessa da una superficie, così come tutte le grandezze che caratterizzano l'irraggiamento termico, dipende dalla lunghezza d'onda; per evidenziare questa dipendenza, esse sono denotate con l'aggettivo monocromatico o spettrale e, generalmente, sono corredate, del pedice “ λ ”.

Si definisce *potere emissivo spettrale o monocromatico*, E_λ , l'energia termica emessa, in tutte le direzioni, da una superficie di area unitaria nell'unità di tempo e nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$; esso si misura in $\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m}$.

Si definisce *potere emissivo totale*, E , l'energia termica emessa in tutte le direzioni, da una superficie di area unitaria nell'unità di tempo e nell'intero campo di lunghezza d'onda; esso si misura in W/m^2 . Per quanto detto, potere emissivo monocromatico e potere emissivo totale sono così correlati

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda$$

Si definisce *irradiazione spettrale o monocromatica*, G_λ , l'energia termica radiativa incidente su di una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo e nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$; essa si misura in $\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m}$.

Si definisce *irradiazione totale*, G , l'energia termica radiativa incidente su di una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo e nell'intero campo di lunghezza d'onda; essa si misura in W/m^2 . Per quanto detto, irradiazione monocromatica e irradiazione totale sono così correlate

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda$$

Si definisce *radiosità spettrale o monocromatica*, J_{λ} , l'energia termica radiativa che complessivamente lascia una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo e nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$; essa si misura in $\text{W/m}^2 \mu\text{m}$.

Si definisce *radiosità*, J , l'energia termica radiativa che complessivamente lascia una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo e nell'intero campo di lunghezza d'onda; essa si misura in W/m^2 . Per quanto detto, radiosità monocromatica e radiosità sono così correlate

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda$$

Poiché, in generale, un'aliquota della irradiazione è riflessa dalla superficie su cui essa incide, la radiosità è costituita dalla somma della radiazione emessa e della radiazione riflessa.

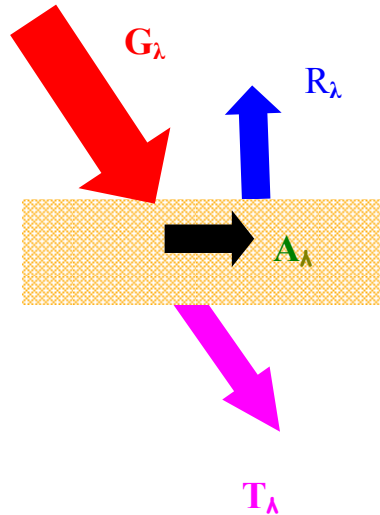
L'aliquota di irradiazione non riflessa penetra nel corpo: di essa, in generale, un'aliquota è assorbita dal corpo e la restante aliquota riemerge ed è trasmessa al di là del corpo.

Si definisce *coefficiente di riflessione spettrale o monocromatico*, ρ_{λ} , il rapporto tra l'energia termica radiativa riflessa da una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo, R_{λ} , e l'irradiazione su di essa, G_{λ} , nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$

$$\rho_{\lambda} = \frac{R_{\lambda}}{G_{\lambda}}$$

Si definisce *coefficiente di trasmissione spettrale o monocromatico*, τ_{λ} , il rapporto tra l'energia termica radiativa trasmessa da una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo, T_{λ} , e l'irradiazione su di essa, G_{λ} , nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$

$$\tau_{\lambda} = \frac{T_{\lambda}}{G_{\lambda}}$$



Si definisce *coefficiente di assorbimento spettrale o monocromatico*, α_λ , il rapporto tra l'energia termica radiativa assorbita da una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo, A_λ e l'irradiazione su di essa, G_λ , nell'intervallo di lunghezza d'onda $\lambda \div \lambda + d\lambda$

$$\alpha_\lambda = \frac{A_\lambda}{G_\lambda}$$

I coefficienti monocromatici di riflessione, di trasmissione e di assorbimento sono adimensionali e possono assumere valori compresi nell'intervallo $0 \div 1$.

Analogamente si definiscono *coefficiente di riflessione totale*, ρ , *coefficiente di trasmissione totale*, τ , e *coefficiente di assorbimento totale*, α , i rapporti tra l'energia termica radiativa totale rispettivamente riflessa, trasmessa e assorbita da una superficie di area unitaria, nell'unità di tempo, e l'irradiazione totale

$$\rho = \frac{R}{G} = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda} \quad \tau = \frac{T}{G} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda} \quad \alpha = \frac{A}{G} = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda d\lambda}$$

Tra i coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione, sia spettrali sia totali, sussistono le seguenti relazioni

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \quad \alpha + \rho + \tau = 1$$

La maggior parte dei solidi sono opachi cioè non trasmettono l'energia termica radiativa che incide su di essi ma la assorbono e la riflettono esclusivamente. Ciò è dovuto sia al valore del coefficiente di assorbimento, dipendente anche dalla natura

del corpo, sia allo spessore del corpo: per assorbire il 90% di un'irradiazione nell'infrarosso è sufficiente uno spessore di qualche centesimo di micrometro per i metalli più comuni, di circa 70 micrometri per la carta e di 250 micrometri per la mica. Per un corpo opaco si ha, dunque

$$\tau = 0 \quad \alpha + \rho = 1 \quad \alpha = 1 - \rho$$

Gli aeriformi, invece, sono caratterizzati da un coefficiente di riflessione nullo. I gas monoatomici o biatomici con molecola simmetrica (elio, idrogeno, ossigeno, azoto e quindi l'aria secca) sono caratterizzati anche da un coefficiente di assorbimento nullo e da un'emittenza nulla; essi pertanto non assorbono e non emettono ma sono completamente trasparenti all'energia radiativa; per questo motivo si dice che sono *non partecipanti*. Per essi valgono le seguenti relazioni:

$$\tau = 1 \quad \alpha = \rho = 0$$

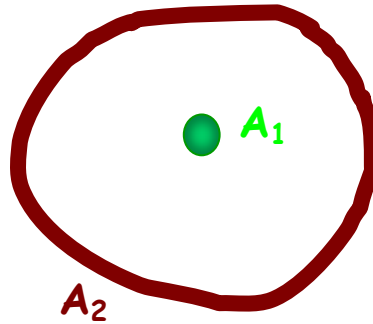
Come si è detto, i solidi, per la maggior parte opachi, assorbono e riflettono l'irradiazione su di essi. Pur tuttavia è invalso descrivere il comportamento radiativo di una superficie reale facendo riferimento al comportamento di una superficie ideale della quale sono note le leggi che lo governano.

In irraggiamento termico la suddetta superficie ideale è denominata *corpo nero*. Esso è definito come l'*assorbitore perfetto*, nel senso che assorbe integralmente la radiazione termica su esso incidente, nell'intero campo di lunghezza d'onda

$$\alpha = 1 \quad \tau = \rho = 0$$

Il suo nome deriva, per estensione, dal fatto che, assorbendo tutta la radiazione incidente anche nel campo del visibile, appare nero all'occhio umano. Si noti, tuttavia, che un corpo che appare di colore nero non è necessariamente un assorbitore perfetto dal punto di vista delle sue caratteristiche termiche radiative, in quanto il campo di lunghezza d'onda della radiazione termica è molto più ampio di quello del visibile. Alcune sostanze come il nerofumo e il nero d'oro, però, approssimano bene il comportamento di un corpo termicamente nero, che può comunque essere realizzato con ottima approssimazione in laboratorio.

Il corpo nero, in quanto assorbitore perfetto, è anche un *emettitore perfetto*, nel senso che per ogni lunghezza d'onda e per ogni temperatura emette la massima energia termica. Si consideri un piccolo solido delimitato da una superficie di area A_1 , posto in una cavità vuota, la cui superficie interna, di area A_2 molto maggiore di A_1 , sia



mantenuta alla temperatura costante e uniforme T_2 . Poiché la cavità è vuota, il solido contenuto nella cavità e le pareti della cavità possono scambiarsi calore esclusivamente per irraggiamento. Trascorso un tempo sufficientemente lungo dalla collocazione del corpo nella cavità, le superfici di area A_1 e A_2 raggiungeranno praticamente le condizioni di equilibrio termico, assumendo ambedue la temperatura T_2 . In queste condizioni, sulla superficie del corpo contenuto nella cavità si ha

$$E_{1\lambda} = \alpha_{1\lambda} G_{1\lambda}$$

ovvero, l'energia emessa è uguale all'energia assorbita.

Poiché la superficie 1, reale, non assorbe integralmente la radiazione termica incidente, si ha

$$\alpha_{1\lambda} < 1 \quad \Rightarrow \quad G_{1\lambda} > E_{1\lambda}$$

Se, a parità di ogni altra condizione, si sostituisce la superficie reale con una superficie nera ($\alpha_{1\lambda,n} = 1$) e tenendo conto che, poichè $A_2 \gg A_1$, l'irradiazione sulla superficie del corpo contenuto, $G_{1\lambda}$, proveniente dalla superficie interna della cavità non è influenzata dalla sostituzione ipotizzata, si ha evidentemente

$$E_{1\lambda,n} = G_{1\lambda} > E_{1\lambda}$$

Dunque, per qualsiasi lunghezza d'onda e per qualsiasi temperatura, una superficie nera emette la massima quantità di energia raggiante.

Le caratteristiche radiative di un emettitore perfetto, ovvero di un corpo nero, nel seguito denotate con il pedice "n", sono descritte dalle seguenti leggi

Legge di Stefan-Boltzmann

$$E_n = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Legge di Planck

$$E_{n\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(C_2/\lambda T\right)^{-1} \right]}$$

$$C_1 = 3,742 \frac{\text{W} \cdot \mu\text{m}^4}{\text{m}^2}$$

$$C_2 = 1,439 \cdot 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

Legge di Wien

$$\lambda_{\text{max}} T = C_3$$

$$C_3 = 2897,8 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

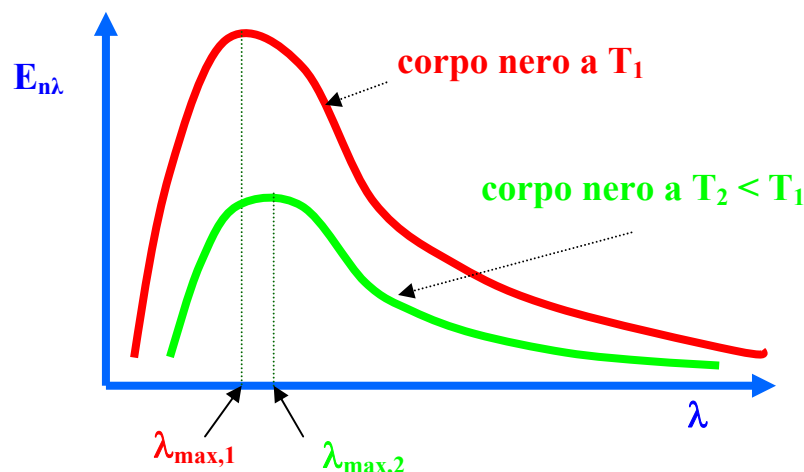
dove λ_{max} denota la lunghezza d'onda in corrispondenza della quale a ogni temperatura il potere emissivo monocromatico assume il massimo valore.

Ne consegue che:

- 1) il potere emissivo totale dell'emettitore perfetto aumenta all'aumentare della temperatura (legge di Stefan-Boltzmann);
- 2) il potere emissivo monocromatico dell'emettitore perfetto è una funzione continua della lunghezza d'onda e della temperatura: a ciascuna lunghezza d'onda, esso aumenta all'aumentare della temperatura così come, a ciascuna temperatura, esso cresce al crescere della lunghezza d'onda fino a raggiungere un valore massimo per poi decrescere (legge di Planck);
- 3) la lunghezza d'onda in corrispondenza della quale il potere emissivo monocromatico attinge il massimo diminuisce al crescere della temperatura (legge di Wien); pertanto, al crescere della temperatura cresce la frazione di radiazione termica emessa a lunghezze d'onda minori.

Nella sottostante figura è rappresentata la distribuzione del potere emissivo monocromatico dell'emettitore perfetto a due diverse temperature.

Il potere emissivo monocromatico del Sole, la cui superficie può essere assimilata a un emettitore perfetto a circa 5.762 K, attinge il valore massimo nel campo del



visibile dello spettro della radiazione elettromagnetica in corrispondenza della lunghezza d'onda $\lambda_{\max} = 0,50 \mu\text{m}$ e il 90% del potere emissivo totale è relativo a lunghezze d'onda inferiori a $1,5 \mu\text{m}$.

Si noti che il filamento di una stufa elettrica accesa si porta a una temperatura di circa 1.800 K e che, pertanto, nonostante esso non sia un emettitore perfetto, una notevole percentuale del suo potere emissivo totale cade nel campo del visibile, con il massimo valore del potere emissivo spettrale in corrispondenza di una lunghezza d'onda di $1,6 \mu\text{m}$. Superfici a temperature inferiori a 1.000 K emettono quasi interamente nella regione dell'infrarosso e, pertanto, non sono visibili dall'occhio umano a meno che non riflettano radiazione elettromagnetica proveniente da altri corpi che, come il Sole o una lampada ad incandescenza, emettono soprattutto o anche nello spettro del visibile. Questo spiega perché in un locale non illuminato la resistenza di una stufa elettrica continua a vedersi mentre gli altri oggetti non si vedono.

Il potere emissivo totale dell'emettitore perfetto è così correlato al potere emissivo spettrale

$$E_n = \int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda$$

Graficamente, con riferimento alla curva che rappresenta l'andamento del potere emissivo monocromatico, il potere emissivo spettrale è rappresentato dall'ordinata della curva mentre il potere emissivo totale è rappresentato dall'area sottesa dall'intera curva.

Preso atto che, come detto in precedenza, nessuna superficie reale si comporta da corpo nero, le sue caratteristiche radiative sono valutabili correlandole a quelle del corpo nero tramite adeguate grandezze adimensionali, presentate nel seguito.

Si definisce *emittenza spettrale o monocromatica di una superficie reale*, ϵ_λ , il rapporto tra il suo potere emissivo spettrale e quello del corpo nero alla stessa temperatura

$$\epsilon_\lambda = \frac{E_\lambda(T)}{E_{n\lambda}(T)}$$

Essa è adimensionale e i suoi valori sono compresi nell'intervallo $0 \div 1$.

Nella sottostante figura l'emittenza monocromatica è rappresentata dal rapporto tra le ordinate delle isoterme relative al corpo reale e al corpo nero, rispettivamente.

Si definisce, inoltre, *emittenza totale di una superficie reale*, ε , il rapporto tra il suo potere emissivo totale e quello del corpo nero alla stessa temperatura

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{n\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda}$$

Nella tabella sottostante sono riportati, a titolo di esempio, i valori dell'emittenza totale di alcuni materiali a temperatura ambiente.

Materiali	Emittenza totale, ε	Materiali	Emittenza totale, ε
Oro lucidato	0,02	Carta	0,90
Rame lucidato	0,03	Pittura bianca	0,90
Acciaio lucidato	0,17	Mattone rosso	0,95
Rame ricotto	0,30	Pelle umana	0,95
Legno	0,85	Acqua	0,96

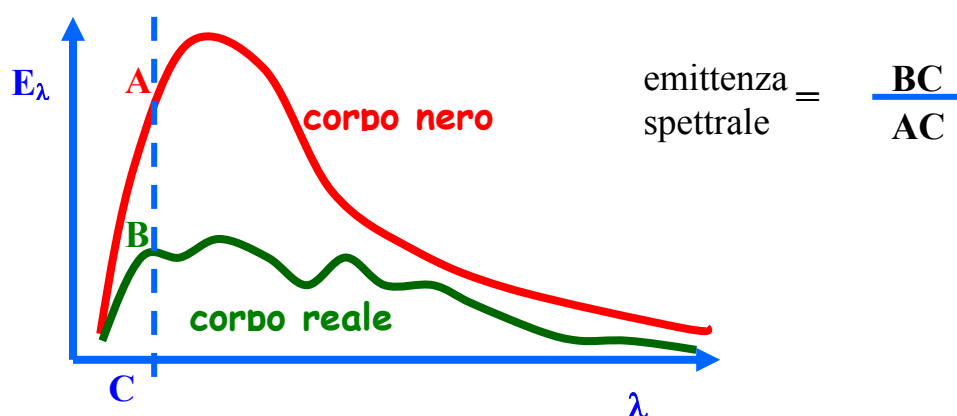
Nella pratica, noto il valore della sua emittenza totale, il potere emissivo totale della superficie di un corpo reale è valutabile molto semplicemente come

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

Tra l'emittenza spettrale e il coefficiente di assorbimento spettrale di una superficie reale sussiste, praticamente in ogni condizione, la

Legge di Kirchhoff

$$\varepsilon_{\lambda}(T) = \alpha_{\lambda}(T)$$



laddove, invece, il coefficiente di assorbimento totale e l'emittenza totale non sono uguali. Ciò impedisce, pertanto, nella generalità delle applicazioni di ricondurre la determinazione del coefficiente di assorbimento totale alla conoscenza dell'emittenza totale. Alla presentazione di una relazione approssimata tra coefficiente di assorbimento totale ed emittenza totale, deve essere premessa la definizione di un particolare comportamento superficiale in emissione.

Si definisce *corpo grigio* una superficie la cui emittenza monocromatica non varia la variare della lunghezza d'onda, a una assegnata temperatura ($\partial \epsilon_\lambda / \partial \lambda|_T = 0$). In forza della legge di Kirchhoff, ne consegue anche che $\partial \alpha_\lambda / \partial \lambda|_T = 0$. Come per il corpo nero, la denominazione di corpo grigio deriva, per estensione, dal fatto che una superficie che assorbe una uguale frazione dell'irradiazione a ogni lunghezza d'onda nel campo del visibile appare grigia. Nella figura sottostante sono rappresentati qualitativamente gli andamenti del potere emissivo spettrale di un corpo nero, di un corpo grigio e di un generico corpo reale, a parità di temperatura.

Ricordando le definizioni dell'emittenza totale e del coefficiente di assorbimento totale di una superficie, è possibile verificare facilmente che per un corpo grigio essi sono uguali, per qualsiasi fissata temperatura. Ricapitolando, si ha

Superficie reale

ϵ_λ varia con λ

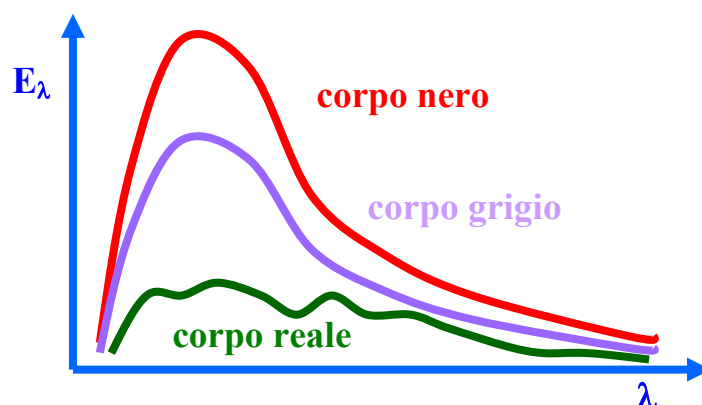
$$\alpha \neq \epsilon$$

Superficie grigia

ϵ_λ non varia con λ

$$\alpha = \epsilon$$

Nei casi, molto rari, in cui l'effettivo comportamento di una superficie reale può essere assimilato a quello di un corpo grigio il coefficiente di assorbimento totale può essere assunto uguale all'emittenza totale. In tutti i casi in cui la dipendenza dalla lunghezza d'onda delle caratteristiche radiative delle superfici reali non può essere trascurata, è possibile suddividere l'intero campo di lunghezze d'onda in intervalli in ciascuno dei quali l'emittenza e il coefficiente di assorbimento spettrali siano uguali: in questo caso si dice che la superficie è *grigia a bande*. Ad esempio, il



coefficiente di trasmissione del vetro è molto alto alle basse lunghezze d'onda (superficie praticamente trasparente) mentre è molto basso alle elevate lunghezze d'onda (superficie praticamente opaca), come mostra la figura sottostante. Siffatto comportamento selettivo del vetro costituisce il così detto effetto serra: un'alta percentuale dell'irradiazione solare sulla superficie vetrata è trasmessa, in quanto, come si è visto, essa ricade quasi completamente nel campo delle basse lunghezze d'onda. Viceversa, un'alta percentuale dell'irradiazione proveniente da superfici a temperature prossime a quella ambiente è riflessa perché ricade, per la maggior parte, nel campo delle elevate lunghezze d'onda.

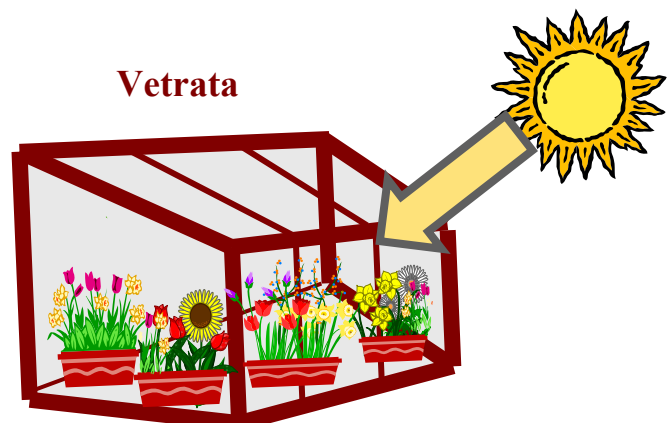
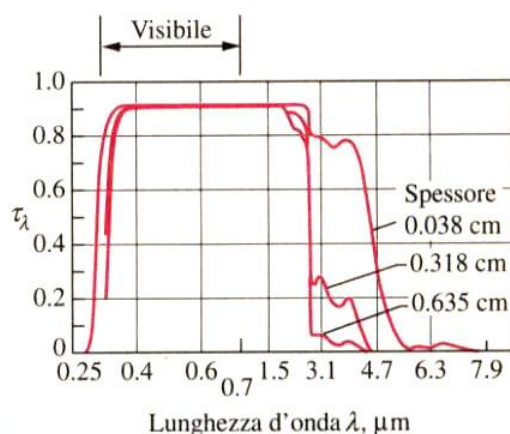
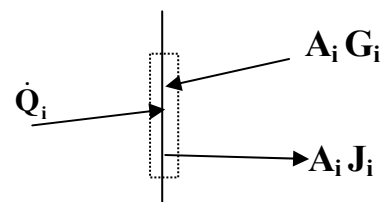
Dopo avere trattato le caratteristiche di una superficie in termini di emissione e assorbimento di radiazioni termiche, si voglia ora determinare la potenza termica scambiata per irraggiamento tra un corpo e un ambiente confinato, nel seguito chiamato *cavità*, oppure tra due corpi. Si distinguono due casi:

- 1) Scambio tra una superficie opaca, i , a temperatura uniforme, T_i , e una cavità, cui è dovuta l'irradiazione totale sulla superficie, G_i . Alla espressione della potenza termica scambiata per irraggiamento termico tra la superficie e la cavità si può pervenire scrivendo il bilancio di energia su un volume di controllo a cavallo della superficie stessa, come descritto nella figura

$$\dot{Q}_i = A_i (J_i - G_i) = A_i (E_i + \rho_i G_i - G_i)$$

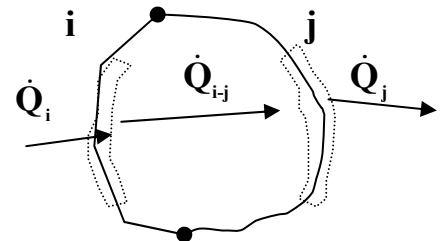
in cui $\dot{Q}_i$ è la potenza termica netta trasferita per irraggiamento dalla superficie di area A_i alla cavità, (un'ulteriore aliquota può essere dovuta all'eventuale convezione tra la parete e un fluido contenuto nella cavità). La

suddetta relazione è di immediata applicazione in tutti i casi in cui è valutabile



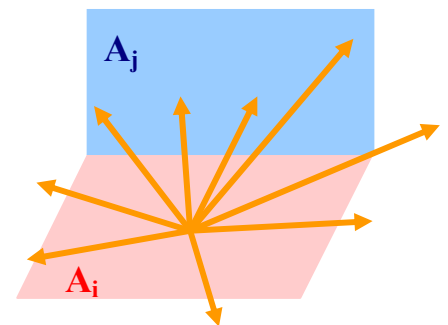
semplicemente l'irradiazione sulla superficie, come accade, ad esempio, per la radiazione solare incidente sulle pareti perimetrali di un edificio.

- 2) Scambio termico radiativo in una cavità costituita da due sole superfici isoterme, a temperature T_i e T_j , rispettivamente. La potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici dipende, oltre che dalle caratteristiche radiative e dalla temperatura delle due superfici, anche dalla posizione reciproca. Ad esempio, se ci si espone alla fiamma di un caminetto la sensazione termica è nettamente maggiore se ci si dispone di fronte al camino piuttosto che lateralmente a esso.



Per tener conto di ciò si introduce una grandezza, detta *fattore di vista*, $F_{i,j}$, definita come il rapporto tra la radiazione termica che, lasciata la superficie i incide direttamente sulla superficie j e la radiazione termica totale che lascia la superficie i

$$F_{i,j} = \frac{\text{radiazione che, lasciata la superficie } A_i, \text{ incide direttamente sulla superficie } A_j}{\text{radiazione totale che lascia la superficie } A_i}$$



Quando le caratteristiche radiative delle superfici sono uniformi e indipendenti dalla direzione, il fattore di vista è una grandezza puramente geometrica che dipende unicamente dalla forma, dalle dimensioni, dalla posizione relativa delle due superfici ed è indipendente dalla temperatura e dalle caratteristiche radiative delle superfici.

Si dimostra che il fattore di vista gode delle seguenti proprietà

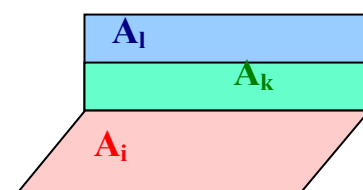
reciprocità

$$A_i F_{i,j} = A_j F_{j,i}$$

additiva

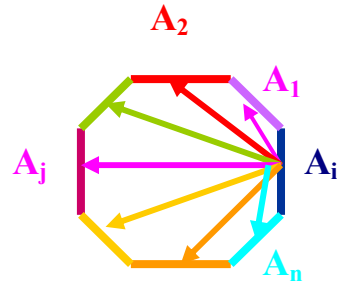
Se è $A_j = A_k + A_l$, si ha

$$F_{i,j} = F_{i,k} + F_{i,l}$$

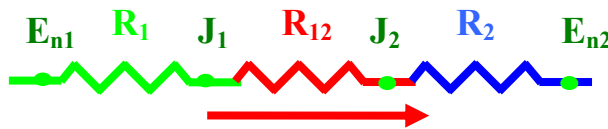


cavità

$$F_{i,1} + F_{i,2} + \dots + F_{i,N} = 1$$



Si è ora in grado di visualizzare e valutare la potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici grigie in regime stazionario, $\dot{Q}_{1-2}$, che costituiscano una cavità



$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1-2} = -\dot{Q}_2$$

$$R_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1}$$

$$R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}}$$

$$R_2 = \frac{1 - \varepsilon_2}{A_2 \varepsilon_2}$$

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{R_{tot}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R_1 + R_{12} + R_2}$$

Le resistenze R_1 ed R_2 che collegano le radiosità delle superfici 1 e 2 al potere emissivo di un corpo nero alla stessa temperatura delle due superfici reali tengono conto di quanto il loro comportamento si discosta dal comportamento ideale del corpo nero. Nei casi in cui le superfici in esame possono essere approssimate a corpi neri, le resistenze R_1 ed R_2 sono nulle e quindi, ricordando la definizione di radiosità,

$$J = \varepsilon E_n + \rho G$$

che per il corpo nero ($\varepsilon = 1$ e $\rho = 1 - \alpha = 0$) porge $J = E_n$. Ne consegue che per ciascuna superficie si annulla anche la differenza di potenziale tra E_n e J .

La resistenza R_{12} collega le radiosità delle due superfici e tiene conto della loro posizione reciproca.

Pervenire alla rete termica schematizzata in precedenza e alla corrispondente espressione della potenza scambiata per irraggiamento è agevole. Nella suddetta cavità costituita da due superfici, alle temperature uniformi T_1 e T_2 , in condizioni di regime stazionario è

$$\dot{Q}_1 = A_1 (J_1 - G_1) = \dot{Q}_{1-2} = -\dot{Q}_2$$

Essendo nella cavità

$$A_1 J_1 = A_1 J_1 F_{1,1} + A_1 J_1 F_{1,2}$$

$$A_1 G_1 = A_1 J_1 F_{1,1} + A_2 J_2 F_{2,1} = A_1 J_1 F_{1,1} + A_1 J_2 F_{1,2}$$

si ottiene

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1,2} = -\dot{Q}_2 = A_1 F_{1,2} (J_1 - J_2)$$

Questa relazione esprime la potenza netta scambiata tra le superfici 1 e 2, che, nella rete termica, attraversa la resistenza R_{12} .

Se si preferisce fare riferimento al potere emissivo dell'emettitore perfetto, diretta espressione della temperatura superficiale della parete, piuttosto che alla radiosità, grandezza in ogni caso incognita, si può poi osservare che, essendo per superfici grigie $\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$, si ha

$$J_1 = \varepsilon_1 E_{n1} + \rho_1 G_1 = \varepsilon_1 E_{n1} + (1 - \varepsilon_1) G_1$$

da cui:

$$G_1 = \frac{J_1 - \varepsilon_1 E_{n1}}{1 - \varepsilon_1}$$

che, sostituita nel bilancio iniziale sulla superficie 1, fornisce

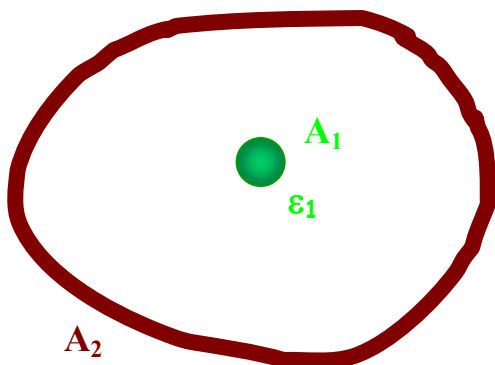
$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1,2} = -\dot{Q}_2 &= A_1 (J_1 - G_1) = A_1 \left(J_1 - \frac{J_1 - \varepsilon_1 E_{n1}}{1 - \varepsilon_1} \right) = \\ &= A_1 \left[\frac{J_1 (1 - \varepsilon_1) - (J_1 - \varepsilon_1 E_{n1})}{1 - \varepsilon_1} \right] = A_1 \varepsilon_1 \frac{E_{n1} - J_1}{1 - \varepsilon_1} \end{aligned}$$

espressione della potenza netta che attraversa la resistenza R_1 nella rete termica; del tutto analogamente si ottiene l'espressione della potenza termica che attraversa la resistenza R_2

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{1,2} = -\dot{Q}_2 = A_2 (J_2 - G_2) = A_2 \varepsilon_2 \frac{E_{n2} - J_2}{1 - \varepsilon_2}$$

Di seguito sono riportate le relazioni per il calcolo della potenza termica scambiata per irraggiamento tra due superfici grigie con riferimento a situazioni che, pur essendo particolari, ricorrono frequentemente.

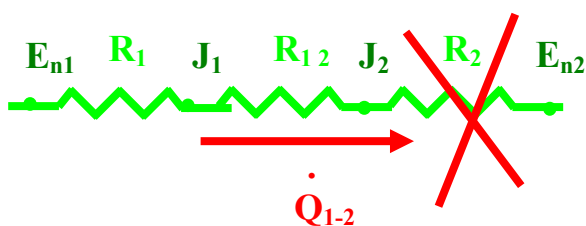
Corpo convesso contenuto in un corpo grigio concavo



Poiché è $F_{1,2} = 1$, si può scrivere

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}}$$

Moltiplicando e dividendo il denominatore per A_1 si ottiene



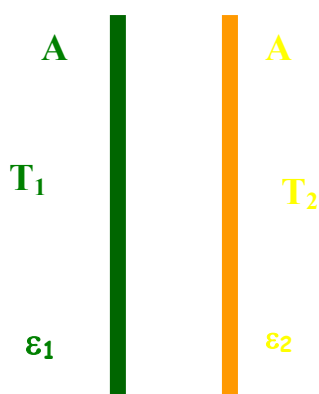
$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1}{A_1} \left(\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1} + 1 + \frac{A_1}{A_2} \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \right)}$$

Se $A_1 \ll A_2$, la resistenza R_2 tende a zero e si ha

$$\dot{Q}_{1-2} = A_1 \epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

Pareti piane parallele direttamente affacciate

Se le due superfici sono molto vicine tra loro e hanno la stessa area, si ha $F_{1,2} = 1$



$$\dot{Q}_{1-2} = A \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} - 1 + \frac{1}{\epsilon_2}}$$

Se infine è $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$, si ottiene

$$\dot{Q}_{1-2} = A \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\epsilon} - 1}$$

Esempi svolti

Esempio 1

Assimilando la radiazione termica emessa dal filamento di una lampadina a incandescenza a quella emessa da un emettitore perfetto a 2.400 K, valutare la lunghezza d'onda in corrispondenza della quale il potere emissivo monocromatico è massimo, $\lambda_{\max}$. Inoltre, quale'è il valore di $\lambda_{\max}$ nell'ipotesi che il filamento si comporti come un corpo grigio?

La legge di Wien consente di valutare $\lambda_{\max}$ per un emettitore perfetto a 2.400 K.

Dalla relazione $\lambda_{\max} T = 2.897,8 \mu\text{m K}$ si trae $\lambda_{\max} = 2.897,8/2.400 = 1,21 \mu\text{m}$

Essa è anche la lunghezza d'onda alla quale corrisponde il massimo potere emissivo monocromatico di un corpo grigio alla medesima temperatura, poiché i valori del potere emissivo spettrale di un corpo grigio sono una frazione, uguale a ogni lunghezza d'onda, di quelli del corpo nero alla stessa temperatura.

Esempio 2

Un vetro trasmette il 92% della radiazione solare compresa nel campo di lunghezze d'onda $0,33 \div 2,60 \mu\text{m}$ ed è opaco alle altre lunghezze d'onda. Assimilando la radiazione solare a quella emessa da un emettitore perfetto alla temperatura di 5.762 K, si valuti la percentuale di radiazione solare trasmessa dal vetro.

Per valutare la percentuale di radiazione solare trasmessa dal vetro, opaco alla irradiazione solare caratterizzata da lunghezze d'onda inferiori a $0,33 \mu\text{m}$ e superiori a $2,60 \mu\text{m}$, è necessario determinare preventivamente la percentuale di irradiazione solare compresa nel campo di lunghezze d'onda $0,33 \div 2,60 \mu\text{m}$. Ciò può essere fatto mediante la relazione

$$\frac{\int_0^{2,60} E_{n\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda} - \frac{\int_0^{0,33} E_{n\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{n\lambda} d\lambda}$$

in cui i numeratori delle frazioni possono essere valutati mediante la legge di Planck e i denominatori, più rapidamente, mediante la legge di Stefan-Boltzmann. Si ottiene

$$\frac{\int_0^{2,60} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} - \frac{\int_0^{0,33} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} =$$

$$= 0,97 - 0,052 = 0,92$$

Dunque il 92% della irradiazione solare sul vetro è compresa nel campo di lunghezze d'onda $0,33 \div 2,60 \mu\text{m}$ nel quale il coefficiente di trasmissione monocromatico del vetro è uniforme e uguale a 0,92.

Si conclude, allora, che la percentuale di radiazione solare trasmessa dal vetro è pari a $0,92 \cdot 0,92 = 0,85$ ovvero l'85%.

Esempio 3

Un vetro ordinario ha un coefficiente di trasmissione monocromatico $\tau_\lambda = 0,90$ nel campo di lunghezze d'onda $0,19 \div 2,80 \mu\text{m}$ ed è opaco alle altre lunghezze d'onda. Un vetro atermico ha un coefficiente di trasmissione monocromatico $\tau_\lambda = 0,90$ nel campo di lunghezze d'onda $0,57 \div 0,95 \mu\text{m}$ ed è opaco alle altre lunghezze d'onda. Paragonare le percentuali di energia solare trasmessa dai due vetri.

Per il vetro ordinario la percentuale di irradiazione solare compresa nel campo di lunghezze d'onda $0,19 \div 2,80 \mu\text{m}$ è

$$\frac{\int_0^{2,80} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} - \frac{\int_0^{0,19} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} =$$

$$= 0,97 - 0,91 \cdot 10^{-3} = 0,97$$

e, pertanto, la percentuale di radiazione solare trasmessa dal vetro ordinario è pari a $0,90 \cdot 0,97 = 0,87$ ovvero l'87%.

Per il vetro atermico la percentuale di irradiazione solare compresa nel campo di lunghezze d'onda $0,57 \div 0,95 \mu\text{m}$ è

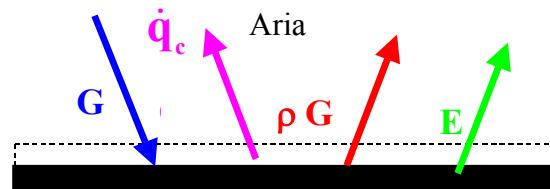
$$\frac{\int_0^{0,95} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} - \frac{\int_0^{0,57} \frac{3,742}{\lambda^5 \left[\exp(1,439 \cdot 10^4 / 5.762 \lambda)^{-1} \right]} d\lambda}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (5.762)^4} =$$

$$= 0,69 - 0,34 = 0,35$$

e, pertanto, la percentuale di radiazione solare trasmessa dal vetro atermico è pari a $0,90 \cdot 0,35 = 0,31$ ovvero il 31%.

Esempio 4

Sulla superficie superiore di una parete orizzontale di mattoni rossi, quadrata con lati lunghi 2,0 m, incide un flusso termico di 750 W/m^2 dovuto all'irraggiamento solare. L'aria, stagnante, sovrastante la piastra è alla temperatura uniforme $T_\infty = 27^\circ\text{C}$. La superficie inferiore e le superfici laterali della parete possono essere ritenute adiabatiche. Si valuti la temperatura della piastra in condizioni di regime stazionario.



La temperatura, uniforme, della piastra può essere valutata scrivendo il bilancio di energia su di essa. Nelle assegnate condizioni di regime stazionario si ha

$$G = \dot{q}_c + \rho G + E = \bar{h}_c (T_s - T_\infty) + \rho G + \varepsilon E_n$$

in cui $G = 750 \text{ W/m}^2$; $T_\infty = 300 \text{ K}$; $\rho = 1 - \alpha = 1 - 0,70 = 0,30$; $\varepsilon = 0,95$; $E_n = \sigma T_s^4$ mentre T_s ed $\bar{h}_c$ sono incognite.

Il coefficiente di convezione può essere valutato mediante l'opportuna correlazione relativa al caso di superficie orizzontale più calda del fluido sovrastante, dopo avere valutato il numero di Rayleigh. Poiché la temperatura T_s è incognita, bisogna assumere per essa un valore di tentativo, che dovrà essere verificato successivamente. Si assuma $T_s = 45^\circ\text{C} \equiv 318 \text{ K}$ e, pertanto, le proprietà dell'aria dovranno essere valutate alla temperatura $(T_s + T_\infty)/2 = (45 + 27)/2 = 36^\circ\text{C}$. Ne consegue

$$Ra = Gr Pr = 114 \cdot 10^6 (47 - 27) 2,0^3 \cdot 0,71 = 1,3 \cdot 10^{10}$$

Il numero di Nusselt deve essere valutato mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 0,14 Ra^{1/3} = 0,14 (1,3 \cdot 10^{10})^{1/3} = 3,0 \cdot 10^2$$

da cui
$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} k}{L} = \frac{3,0 \cdot 10^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-2}}{2,0} = 4,1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Si possono ora sostituire nell'equazione di bilancio i valori numerici delle grandezze

$$750 = 4,1 (T_s - 300) + 0,30 \cdot 750 + 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} T_s^4$$

da cui si trae la relazione

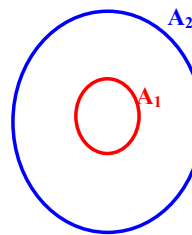
$$750 = 4,1 \cdot T_s - 1,2 \cdot 10^3 + 2,3 \cdot 10^2 + 5,4 \cdot 10^{-8} T_s^4$$

che deve essere risolta per tentativi. E' stato già assunto il valore di tentativo $T_s = 45^\circ\text{C} \equiv 318 \text{ K}$. Esso, sostituito nell'equazione, fornisce un valore del secondo membro pari a $7,0 \cdot 10^2$, praticamente uguale al primo membro. Dunque si può affermare che la temperatura della piastra è di 45°C .

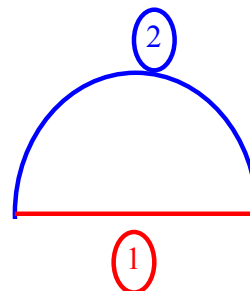
Esempio 5

Determinare i fattori di vista tra le superfici delle seguenti configurazioni

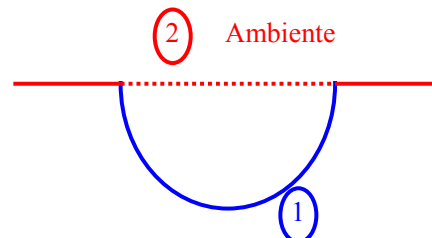
- a) *Corpo convesso ($A_1 = 2,0 \text{ m}^2$) in contenitore concavo ($A_2 = 10 \text{ m}^2$).*



- b) *Condotto semicilindrico molto lungo ($L \gg D$).*



- c) *Scanalatura semicilindrica molto lunga ($L \gg D$) e ambiente sovrastante.*



- a) Poiché il corpo 1 è convesso, la frazione di radiazione che, lasciata la superficie del corpo 1, incide direttamente su di essa è nulla e, pertanto, $F_{1,1} = 0$ mentre tutta la radiazione che lascia la superficie 1 incide direttamente sulla superficie 2 e, pertanto, $F_{1,2} = 1$.

Ricordando la proprietà di reciprocità ($A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$), si ottiene

$$F_{21} = A_1 F_{1,2} / A_2 = 2,0 \cdot 1/10 = 0,20.$$

Poiché le superfici 1 e 2 costituiscono una cavità, dalla proprietà della cavità ($F_{2,1} + F_{2,2} = 1$) si ricava $F_{2,2} = 1 - 0,20 = 0,80$.

- b) Poiché il corpo 1 è convesso, la frazione di radiazione che, lasciata la superficie del corpo 1, incide direttamente su di essa è nulla e, pertanto, $F_{1,1} = 0$.

Poiché il condotto è molto lungo, si può ritenere che le superfici 1 e 2 costituiscono una cavità e allora, dalla proprietà della cavità ($F_{1,2} + F_{1,1} = 1$) si trae $F_{1,2} = 1 - 0 = 1$.

Ricordando la proprietà di reciprocità ($A_1 F_{1,2} = A_2 F_{2,1}$), si ottiene

$$F_{2,1} = D \cdot L / \pi (D/2) L = 2/\pi = 0,64.$$

La proprietà della cavità fornisce ancora

$$F_{2,2} = 1 - F_{2,1} = 1 - 0,64 = 0,36$$

- c) Se si assume quale superficie di separazione tra la scanalatura semicilindrica e l'ambiente sovrastante la superficie tratteggiata nella figura la configurazione si riconduce a quella descritta nel precedente caso b). Pertanto, si ha $F_{1,2} = 0,64$, $F_{1,1} = 0,36$; $F_{2,1} = 1$; $F_{2,2} = 0$.

Esempio 6

Un'intercapedine piana orizzontale, contenente aria, ha uno spessore di 5,0 cm, molto minore delle altre due dimensioni. Le sue pareti sono di acciaio lucidato. Le temperature, uniformi, delle superfici interne delle pareti inferiore e superiore sono, rispettivamente 75 °C e 15 °C. Nelle ipotesi di regime stazionario e di comportamento da corpo grigio delle superfici, si determini il flusso termico trasmesso attraverso l'intercapedine.

Nell'intercapedine la trasmissione del calore avviene contemporaneamente per convezione e irraggiamento; pertanto si ha

$$\dot{q} = \dot{q}_c + \dot{q}_r$$

Per determinare il flusso convettivo, $\dot{q}_c$, si deve preventivamente calcolare il valore del numero di Grashof, con le proprietà dell'aria valutate alla temperatura $(T_1 + T_2)/2 = (15 + 75)/2 = 45 \text{ }^\circ\text{C}$. Si ha

$$\text{Gr} = 101 \cdot 10^6 (75 - 15) (5,0 \cdot 10^{-2})^3 = 7,6 \cdot 10^5$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{\text{Nu}} = 0,068 \text{ Gr}^{1/3} = 0,068 (7,6 \cdot 10^5)^{1/3} = 6,2$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{6,2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-2}}{5,0 \cdot 10^{-2}} = 3,3 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque

$$\dot{q}_c = \bar{h}_c (T_1 - T_2) = 3,3 \cdot 60 = 2,0 \cdot 10^2 \text{ W/m}^2$$

Poiché le superfici interne dell'intercapedine sono molto vicine ($F_{1,2} = F_{2,1} = 1$) e possono essere trattate come corpi grigi ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$), il flusso termico radiativo, $\dot{q}_i$, può essere valutato mediante la relazione

$$\dot{q}_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (348^4 - 288^4)}{\frac{2}{0,17} - 1} = 41 \text{ W/m}^2$$

Dunque, il flusso termico complessivamente trasmesso attraverso l'intercapedine è

$$\dot{q} = \dot{q}_c + \dot{q}_i = 20 \cdot 10 + 4,1 \cdot 10 = 24 \cdot 10 \text{ W/m}^2$$

Esempio 7

Ai fini delle interazioni termiche con l'ambiente, il corpo dell'individuo medio è schematizzabile come un cilindro di 35 cm di diametro e di 1,7 m di altezza, con temperatura superficiale, uniforme, di 35 °C. Si consideri la situazione in cui l'individuo, nudo e in piedi, è immerso in un ambiente, molto vasto, le cui pareti hanno una temperatura superficiale, uniforme, di 15 °C.

Calcolare la potenza termica ceduta dal corpo per irraggiamento.

La potenza termica scambiata per irraggiamento tra la superficie corporea e le superfici delle pareti dell'ambiente può essere valutata tenendo conto che esse costituiscono una cavità e che l'area della superficie del corpo, A_1 , è molto minore dell'area delle pareti, A_2 . Si ha, pertanto,

$$\dot{Q}_i = \pi D H \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \pi 0,35 \cdot 1,7 \cdot 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (308^4 - 288^4) = 2,1 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 8

Un recipiente sferico di acciaio lucidato, avente un diametro esterno di 1,0 m, è collocato in un ambiente molto vasto, le cui pareti sono alla temperatura uniforme di 15 °C. Il recipiente è immerso in aria, alla temperatura uniforme di 19 °C, che lo lambisce con velocità relativa di 50 cm/s. Valutare la potenza termica dispersa dal recipiente quando la temperatura della sua superficie esterna è pari a 47 °C, assumendo per essa il comportamento da corpo grigio.

Il recipiente disperde calore a causa dello scambio termico per irraggiamento con le pareti dell'ambiente e per convezione con l'aria; pertanto si ha

$$\dot{q} = \dot{q}_c + \dot{q}_i$$

Per valutare la potenza termica convettiva, $\dot{Q}_c$, si deve preventivamente calcolare il valore del numero di Reynolds, con le proprietà valutate alla temperatura $T_\infty = 19$ °C. Si ha

$$Re = \frac{u_\infty D}{\nu} = \frac{0,5 \cdot 1,0}{1,5 \cdot 10^{-5}} = 3,3 \cdot 10^4$$

Il numero di Nusselt è valutabile mediante la relazione

$$\bar{Nu} = 2 + \left[0,40 Re^{1/2} + 0,060 Re^{2/3} \right] Pr^{2/5}$$

Con $Pr = 0,72$ si ha

$$\bar{Nu} = 2 + \left[0,40 (3,3 \cdot 10^4)^{1/2} + 0,060 (3,3 \cdot 10^4)^{2/3} \right] 0,72^{2/5} = 2 + (73 + 58) 0,88 = 1,2 \cdot 10^2$$

da cui

$$\bar{h}_c = \frac{\bar{Nu} k}{D} = \frac{1,2 \cdot 10^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{1,0} = 3,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Dunque, si ottiene

$$\dot{Q}_c = \pi D^2 \bar{h}_c (T_s - T_\infty) = \pi (1,0)^2 \cdot 3,0 (47 - 19) = 2,6 \cdot 10^2 \text{ W}$$

La potenza termica dispersa per irraggiamento può essere valutata tenendo conto che la superficie esterna del recipiente, isoterma, e le pareti dell'ambiente, isoterme, costituiscono una cavità e che l'area della superficie del recipiente (A_1) è molto minore dell'area delle pareti dell'ambiente (A_2). Si ha, pertanto,

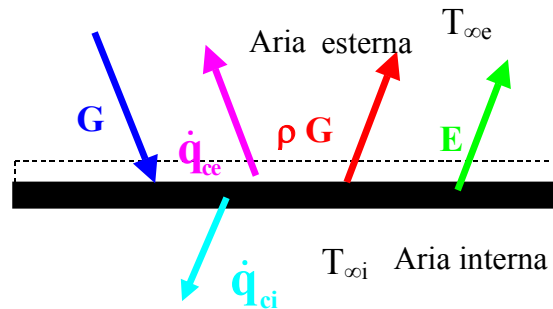
$$\dot{Q}_i = \pi D^2 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = \pi 1,0^2 \cdot 0,17 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (320^4 - 288^4) = 1,1 \cdot 10^2 \text{ W}$$

La potenza termica complessivamente dispersa dal recipiente è

$$\dot{Q} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_i = 2,6 \cdot 10^2 + 1,1 \cdot 10^2 = 3,7 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 9

Una delle pareti di una cella frigorifera, di lunghezza $L = 4,0 \text{ m}$ e di altezza $H = 3,0 \text{ m}$, è costituita da uno strato di mattoni rossi, di spessore $s = 25 \text{ cm}$. Nella cella frigorifera l'aria è mantenuta alla temperatura $T_{\infty i} = 5,0 \text{ °C}$ e per la conduttanza unitaria superficiale tra l'aria e la parete si assuma il valore $\bar{h}_{ci} = 4,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$. Sulla superficie esterna della parete incidono $G = 700 \text{ W/m}^2$ dovuti all'irraggiamento solare ed essa è investita parallelamente da aria alla temperatura $T_{\infty e} = 33 \text{ °C}$, con velocità relativa $u_{\infty} = 3,0 \text{ m/s}$. Valutare la potenza termica entrante nella cella attraverso la parete.



Per valutare la potenza termica entrante nella cella attraverso la parete, $\dot{Q}_i$, è necessario determinare la distribuzione della temperatura nella parete. Ciò può essere fatto scrivendo, dapprima, il bilancio di energia su di essa. Nelle assegnate condizioni di regime stazionario si ha

$$G = \dot{q}'_{ce} + \rho G + E + \dot{q}'_{ci} = \bar{h}_{ce} (T_e - T_{\infty e}) + \rho G + \varepsilon \sigma T_e^4 + \frac{T_e - T_{\infty i}}{s/k + 1/\bar{h}_i}$$

in cui $G = 700 \text{ W/m}^2$; $T_{\infty e} = 306 \text{ K}$; $\rho = 1 - \alpha = 1 - 0,70 = 0,30$; $\varepsilon = 0,95$; $E_n = \sigma T_e^4$ mentre la temperatura della superficie esterna della parete, T_e , ed $\bar{h}_{ce}$ sono incognite.

Il coefficiente di convezione sulla superficie esterna della parete, $\bar{h}_{ce}$, può essere valutato mediante l'opportuna correlazione relativa alla convezione forzata su piastra piana lambita parallelamente, dopo avere valutato il numero di Reynolds. Le proprietà dell'aria dovranno essere valutate alla temperatura $T_{\infty e} = 306 \text{ K}$. Ne consegue

$$Re = \frac{u_{\infty} L}{\nu} = \frac{3,0 \cdot 4,0}{1,6 \cdot 10^{-5}} = 7,5 \cdot 10^5$$

maggiore del numero di Reynolds critico e, pertanto, il numero di Nusselt è desumibile dalla relazione

$$\bar{Nu} = \left\{ 0.036 \left[Re^{0.80} \cdot Pr^{0.43} - 17.400 \right] + 289 Pr^{1/3} \right\}$$

non essendo, per gli aeriformi, necessario tenere conto delle eventuali differenze nei valori della viscosità.

Con $Pr = 0,71$ si ha

$$\bar{Nu} = \left\{ 0.036 \left[(7,5 \cdot 10^5)^{0.80} \cdot 0,71^{0.43} - 17.400 \right] + 289 \cdot 0,71^{1/3} \right\}$$

Sostituendo i valori numerici, si ha

$$\bar{Nu} = 3,6 \cdot 10^2 (5,0 \cdot 10^4 \cdot 0,87 - 17,400) + 2,6 \cdot 10^2 = 9,4 \cdot 10^2 + 2,6 \cdot 10^2 = 12 \cdot 10^2$$

Poiché è

$$\bar{Nu} = \frac{\bar{h}_{ce} L}{k}$$

si ha

$$\bar{h}_{ce} = \frac{\bar{Nu} k}{L} = \frac{12 \cdot 10^2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-2}}{4,0} = 8,1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

Sostituendo i valori numerici nel bilancio si ottiene

$$700 = 8,1(T_e - 306) + 0,30 \cdot 700 + 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot T_e^4 + \frac{T_e - 278}{0,25/0,72 + 1/4,0}$$

da cui, riordinando, si deriva l'equazione

$$5,4 \cdot 10^{-8} \cdot T_e^4 + 9,8 T_e - 3,5 \cdot 10^3 = 0$$

che deve essere risolta per tentativi. Si attribuisca alla temperatura della superficie esterna della parete della cella il valore di tentativo $T_e = 310 \text{ K}$. Esso, sostituito nell'equazione, fornisce un valore del secondo membro pari a 0. Dunque si può concludere che $T_e = 310 \text{ K} \equiv 37 \text{ °C}$.

La potenza termica entrante nella cella attraverso la parete, $\dot{Q}_i$, si può ora valutare mediante la relazione

$$\dot{Q}_i = \frac{L \cdot H(T_e - T_{\infty i})}{s/k + 1/\bar{h}_i} = \frac{4,0 \cdot 3,0(37 - 5,0)}{0,25/0,72 + 1/4,0} = \frac{12 \cdot 32}{0,35 + 0,25} = 6,4 \cdot 10^2 \text{ W}$$

Esempio 10

Si valuti la potenza termica radiativa ceduta dalle pareti di un forno alla temperatura uniforme $T_2 = 1.000\text{ }^{\circ}\text{C}$ a un pezzo di pane, la cui superficie laterale abbia un'area $A_1 = 0,15\text{ m}^2$ e una temperatura uniforme $T_1 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si assuma per il pane il comportamento da corpo grigio e si ritenga l'area della superficie delle pareti del forno, A_2 , molto maggiore dell'area della superficie laterale del pezzo di pane, A_1 .

La potenza termica ceduta per irraggiamento dalle pareti del forno al pezzo di pane può essere valutata tenendo conto che le pareti del forno e del pezzo di pane costituiscono una cavità e che l'area della superficie laterale del pezzo di pane, A_1 , è molto minore dell'area delle pareti del forno, A_2 . Si ha, pertanto,

$$\dot{Q}_i = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_2^4 - T_1^4) = 0,15 \cdot 0,80 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (1.373^4 - 373^4) = 18\text{ kW}$$

Esempio 11

Un isolante termico è costituito da sottili fogli quadrati di alluminio disposti parallelamente; la distanza tra i fogli adiacenti è trascurabile rispetto alla lunghezza dei lati dei fogli. Si valuti il flusso termico trasmesso per irraggiamento attraverso l'isolante quando le temperature dei fogli estremi sono $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, sia nel caso di due fogli sia nel caso di tre fogli, assumendo per l'alluminio il comportamento da corpo grigio con emittenza pari a 0,10.

Poiché la distanza tra i fogli di alluminio è trascurabile rispetto alla lunghezza dei loro lati, ogni coppia di fogli costituisce una cavità nella quale, inoltre, si ha $F_{i,j} = F_{j,i}$ ed $\varepsilon_i = \varepsilon_j = \varepsilon$).

Nel caso di due fogli di alluminio il flusso termico trasmesso per irraggiamento, $\dot{q}_{2\text{ fogli}}$, può essere valutato mediante la relazione

$$\dot{q}_{2\text{ fogli}} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{2}{\varepsilon} - 1} = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (333^4 - 278^4)}{\frac{2}{0,15} - 1} = 30\text{ W/m}^2$$

Nel caso di tre fogli di alluminio il sistema è costituito da due cavità adiacenti, aventi in comune il foglio centrale, la cui temperatura non è prefissata. Pertanto, la resistenza termica complessiva, interposta tra i due fogli estremi, è la somma delle resistenze termiche di ciascuna cavità e il flusso termico trasmesso per irraggiamento, $\dot{q}_{3\text{ fogli}}$, può essere valutato mediante la relazione

$$\dot{q}_{3 \text{ fogli}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)} = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (333^4 - 278^4)}{2\left(\frac{2}{0,15} - 1\right)} = 15 \text{ W/m}^2$$

cioè

$$\dot{q}_{3 \text{ fogli}} = \frac{1}{2} \dot{q}_{2 \text{ fogli}}$$

Se ne deduce che, in generale, si può scrivere

$$\dot{q}_{N \text{ fogli}} = \frac{1}{N - 1} \dot{q}_{2 \text{ fogli}}$$

Coefficiente di assorbimento della radiazione solare da parte di superfici a temperatura ambiente

Metalli	α
Acciaio inox 301 lucido	0.37
pulito	0.52
Alluminio lucido	0.10
anodizzato	0.14
Argento molto lucido	0.070
lucidato	0.13
Cromo galvanizzato	0.41
Ferro galvanizzato lucido	0.34
galvanizzato nuovo	0.64
ossidato	0.96
Magnesio lucido	0.19
Nichel molto lucido	0.15
lucidato	0.36
ossidato	0.79
Oro	0.21
Ottone lucidato	0.30 ÷ 0.50
ossidato	0.40 ÷ 0.65
Piombo	0.77
Platino lucido	0.31
Rame molto lucido	0.18
lucidato	0.25
ossidato	0.64
Tungsteno molto lucido	0.37
Zinco molto lucido	0.34
lucidato	0.55

Non metalli	α
Asfalto	0,93
Carta bianca	0.28
Cemento grigio	0.65
nero	0.91
Erba	0.75 ÷ 0.80
Foglie verdi	0.71 ÷ 0.79
Fuliggine di carbone	0.95
Ghiaia	0.29
Granito	0.45
Marmo bianco	0.44
Mattoni bianchi	0,26
rossi	0.70
Neve pulita	0.20 ÷ 0.35
Ossido di magnesio	0.15
Ossido di zinco	0.15
Pittura a olio bianca	0.24 ÷ 0.26
verde	0.50
grigia	0.75
nera	0.90
Pittura d'alluminio	0.55
Sabbia	0.76
Segatura	0.75
Tegole grigio chiaro	0.79
grigio scuro	0.90

Scambiatori di calore

Si definisce scambiatore di calore *un dispositivo che consente il trasferimento di energia termica da un fluido a temperatura maggiore a un fluido a temperatura minore*. Gli scambiatori di calore sono tra i componenti termodinamici maggiormente diffusi e sono utilizzati in una vastissima gamma di applicazioni, dalla scala minima (ad es. batterie di scambio termico negli impianti di climatizzazione e alimentari) fino alla massima (ad es. batterie di scambio termico in impianti motori, operatori e industriali in genere).

Lo studio degli scambiatori di calore è, in generale, molto complesso in quanto richiede conoscenze multidisciplinari che includono: termodinamica, trasmissione del calore e fluidodinamica. Quanto, poi, alla loro progettazione, essa richiede, oltre, alle conoscenze termodinamiche, l'analisi dell'ingombro, del peso, della resistenza meccanica e dei costi dello scambiatore stesso.

Nel seguito saranno presentate alcune tipologie di scambiatori di calore, le grandezze che caratterizzano il loro funzionamento e il modo di correlarle.

TIPOLOGIE DI SCAMBIATORI DI CALORE

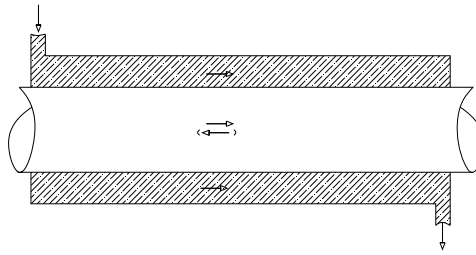
È possibile realizzare un processo di scambio termico fra due fluidi secondo numerosissime modalità. Infatti, esistono numerose tipologie di scambiatori di calore, classificabili in funzione di:

- materiali costruttivi
- tipologia dei fluidi evolventi
- disegno termofluidodinamico

La trasmissione di calore fra due fluidi si realizza nel modo più semplice facendo scorrere un fluido nel tubo interno e l'altro fluido nella zona anulare compresa fra il tubo interno e il tubo esterno di due tubi coassiali, come è mostrato nella figura sottostante.

Tale sistema evidenzia due volumi di controllo



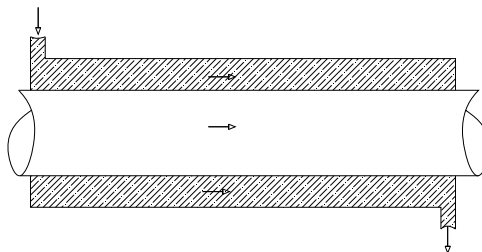


- fluido che evolve nel tubo interno (zona non tratteggiata nella figura sovrastante),
- fluido che evolve nella zona anulare compresa fra il tubo interno e il tubo esterno (zona tratteggiata nella figura sovrastante).

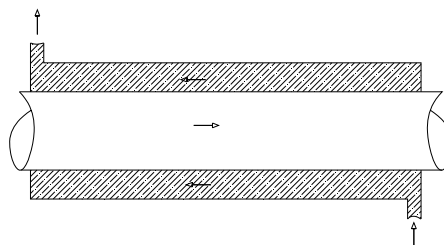
Il processo di scambio termico è estremamente semplice: sezione per sezione, esiste sempre una differenza di temperatura tra il fluido che si trova a temperatura maggiore (*fluido caldo*) e il fluido a temperatura minore (*fluido freddo*), che determina il trasferimento di energia termica dal primo al secondo fluido.

Uno scambiatore di calore di questo tipo è detto a *tubi coassiali* o *tubo in tubo*. Per esso possono verificarsi due diverse condizioni di flusso:

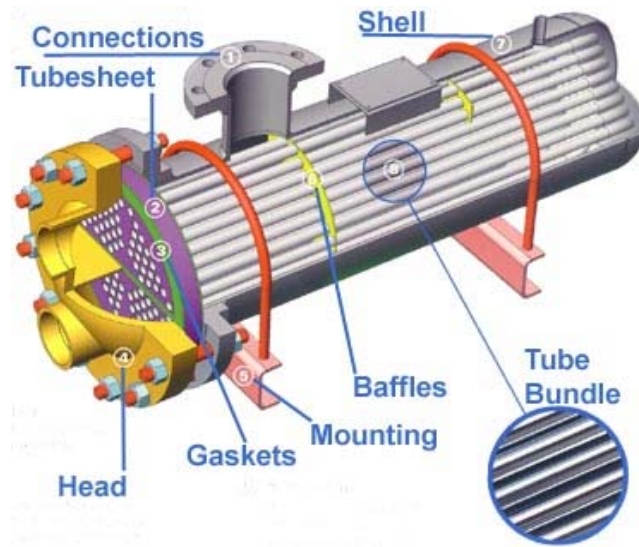
- i due fluidi scorrono nella stessa direzione e nello stesso verso (*equicorrente*) (figura sottostante),



- i due fluidi scorrono nella stessa direzione con versi opposti (*controcorrente*) (figura sottostante).



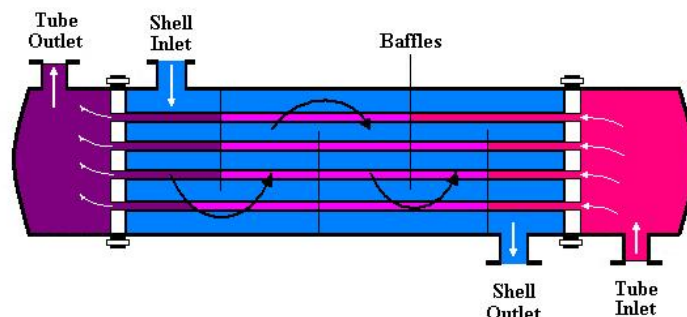
La configurazione di uno scambiatore a tubi coassiali è molto semplice ma nella pratica essa trova solo rare applicazioni, poiché comporta ingombri elevati. Molto più diffuso, invece, è lo scambiatore a *tubi e mantello*, in cui un fascio tubiero è installato in un contenitore, detto mantello. Un fluido scorre nel fascio di tubi e l'altro fluido evolve fra la superficie interna del mantello e la superficie esterna dei tubi, come mostra la successiva figura.

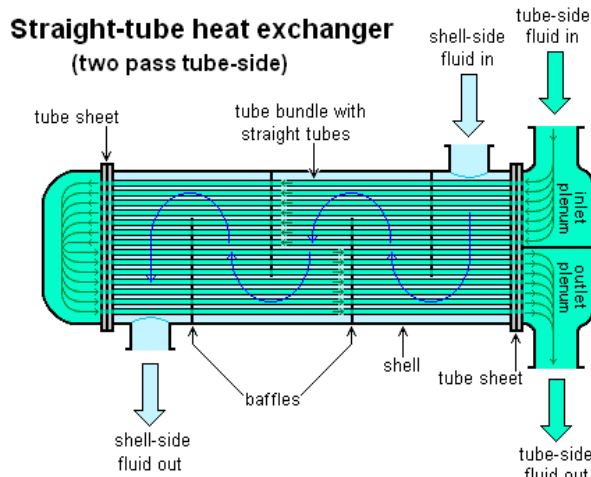


Questo tipo di scambiatore consta di tre parti fondamentali: testata di ingresso; fascio tubiero e mantello; testata di uscita. La testata di ingresso (*head*) indirizza il fluido nei tubi. Essa non è del tutto semicircolare ma è leggermente allungata, per consentire una distribuzione quanto più uniforme possibile del fluido nei tubi. La testata di ingresso è legata a una piastra (*tubesheet*) provvista di fori che alloggiano le estremità dei tubi del fascio tubiero (*tube bundle*). La distanza tra gli assi di due tubi adiacenti è chiamata “*passo*”. Nel mantello (*shell*) è contenuto il fascio tubiero nonché, spesso, alcuni diaframmi (*baffles*) che, incrementando la turbolenza nel moto del fluido che scorre nel mantello, rendono più efficiente la trasmissione del calore. Nella successiva figura è presentato lo schema di uno scambiatore a tubi e mantello con un passaggio nel mantello e un passaggio nei tubi (*scambiatore 1-1*).

Per evitare di ricorrere a scambiatori di dimensioni eccessive si può far passare il fluido più volte sia nei tubi sia nel mantello. Lo schema di uno scambiatore con un passaggio nel mantello e due passaggi nei tubi (*scambiatore 1-2*) è mostrato nella prima figura della pagina successiva.

L'utilizzazione più efficiente degli scambiatori a tubi e mantello si ha quando

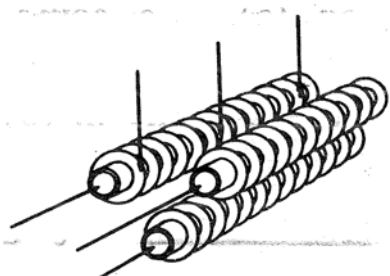




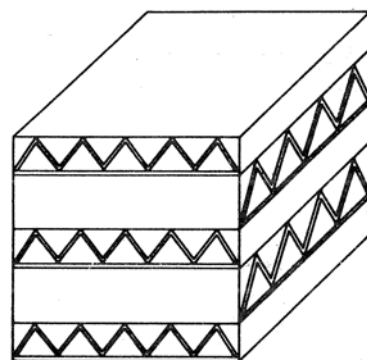
entrambi i fluidi sono in fase liquida. Le applicazioni in cui almeno uno dei due fluidi è in fase aeriforme richiederebbero l'impiego di aree della superficie di scambio termico eccessive, giacché è noto che il coefficiente di convezione degli aeriformi è di ordini di grandezza inferiore a quello dei liquidi.

Simile allo scambiatore di calore a tubi e mantello è lo scambiatore a *flussi incrociati*, nel quale i due fluidi si muovono secondo direzioni ortogonali; il fluido che scorre nei condotti è detto *non mescolato* mentre l'altro fluido può essere tanto *mescolato* quanto anch'esso *non mescolato*, come mostrano gli schemi riportati a sinistra e a destra, rispettivamente, nella figura sottostante.

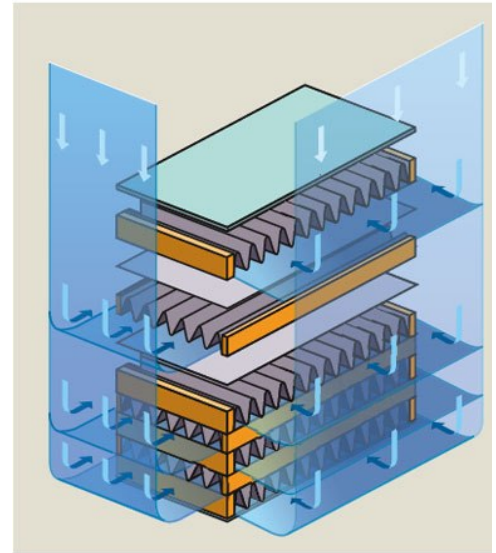
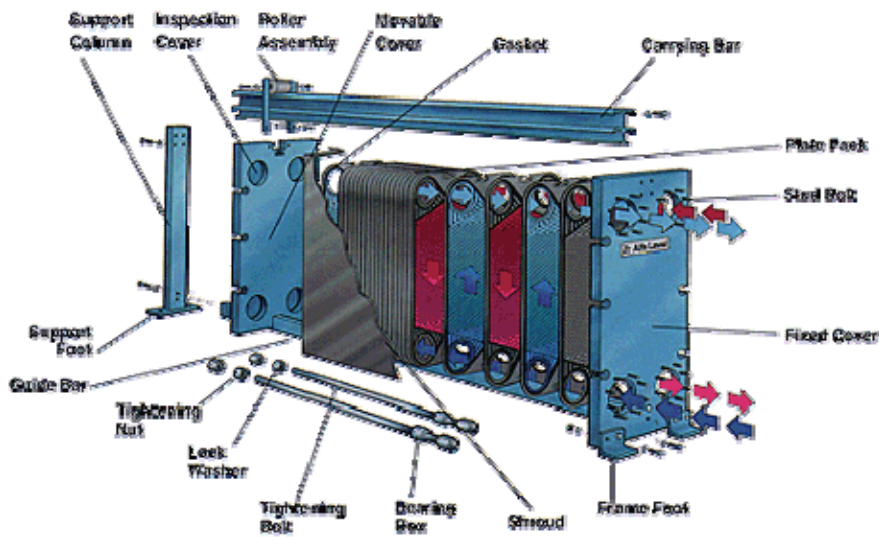
Affatto diversa è la tipologia degli scambiatori *a piastre alettate*, detti anche *compatti*, in cui si realizzano elevatissimi valori del rapporto tra l'area di scambio termico e il volume. Essi sono costituiti da una successione di piastre alettate sulle cui superfici sono ricavati i canali nei quali evolvono i fluidi caldo e freddo. Ne esistono svariate configurazioni, con diverse geometrie e tipi di piastre. Due di esse sono presentate nelle figure nella pagina successiva. L'impiego degli scambiatori compatti



Scambiatore di calore a flussi incrociati:
un fluido non mescolato e un fluido mescolato



Scambiatore di calore a flussi incrociati:
ambedue i fluidi non mescolati



è frequente nelle applicazioni in cui uno o entrambi i fluidi sono allo stato aeriforme, in quanto le elevatissime aree di scambio per unità di volume consentono di trasferire accettabili potenze termiche nonostante i modesti coefficienti di convezione degli aeriformi.

PRESTAZIONI DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE

Nella progettazione e nella valutazione delle prestazioni di uno scambiatore di calore si assumono correntemente alcune ipotesi, tra le quali

- condizioni di regime stazionario;
- trascurabilità della potenza termica dispersa verso l'ambiente esterno, che consente di affermare che la potenza termica ceduta dal fluido caldo è trasferita integralmente al fluido freddo;
- uniformità dei calori specifici dei due fluidi;
- uniformità della conduttanza unitaria globale tra i due fluidi.

La valutazione delle prestazioni di uno scambiatore di calore consiste, secondo le circostanze, nella esigenza della conoscenza di una o più tra le seguenti grandezze:

- la temperatura del fluido caldo in ingresso nello scambiatore, T_{ic} , [K];
- la temperatura del fluido freddo in ingresso nello scambiatore, T_{if} , [K];
- la temperatura del fluido caldo in uscita dallo scambiatore, T_{uc} , [K];
- la temperatura del fluido freddo in uscita dallo scambiatore, T_{uf} , [K];
- la potenza termica ceduta dal fluido caldo, $\dot{Q}_c$, e ricevuta dal fluido freddo, $\dot{Q}_f$, come detto, uguali, $\dot{Q}_c = \dot{Q}_f = \dot{Q}$, [W];

Le potenze termiche possono esprimersi in termini di variazione dell'entalpia di

ciascun fluido

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c c_c (T_{ic} - T_{uc})$$

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f c_f (T_{uf} - T_{if})$$

dove

$\dot{m}_c$ è la portata del fluido caldo, [kg/s];

$\dot{m}_f$ è la portata del fluido freddo, [kg/s];

c_c è il calore specifico del fluido caldo, [J/kg K];

c_f è il calore specifico del fluido freddo, [J/kg K];

L'area della superficie di scambio, A [m²];, è nota, così come è nota, o può essere valutata, la conduttanza unitaria globale, U [W/ m² K], espressa dalla relazione

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_f} + \frac{1}{\bar{h}_c} + \frac{s}{k}}$$

in cui

$\bar{h}_c$ è il coefficiente di convezione sul lato del fluido caldo, [W/m² K];

$\bar{h}_f$ è il coefficiente di convezione sul lato del fluido freddo, [W/m² K];

s è lo spessore della parete che separa il fluido caldo dal fluido freddo, [m];

k è la conducibilità termica della parete, [W/m K].

Diversi sono i metodi secondo cui correlare le grandezze che caratterizzano uno scambiatore, ai fini sia della sua progettazione sia della valutazione delle prestazioni di un dato scambiatore. Nel seguito si presenta il metodo detto dell'*efficienza*, molto diffuso e di facile utilizzazione.

Il metodo dell'efficienza si fonda sulla correlazione tra significativi parametri adimensionali

$$\varepsilon = f\left(\frac{A U}{C_{\min}}, C_{\min}/C_{\max}\right)$$

in cui l'*efficienza*, ε , è definita come il rapporto tra la potenza termica scambiata tra i due fluidi e la potenza termica che si scambierebbe in uno scambiatore ideale

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{id}}$$

E' intuitivo che la massima efficienza nel trasferimento di calore tra i due fluidi si conseguirebbe in uno scambiatore che avesse una superficie infinita e che fosse a tubi coassiali in controcorrente, la configurazione che consente lo sfruttamento ottimale della superficie di scambio, giacché è quella che massimizza l'uniformità della differenza tra le temperature dei due fluidi lungo lo scambiatore. Si dimostra che

$$\dot{Q}_{id} = C_{min} (T_{ic} - T_{if})$$

dove C_{min} è la minore tra le *capacità termiche orarie* del fluido caldo, $C_c = \dot{m}_c c_c$, e del fluido freddo, $C_f = \dot{m}_f c_f$.

Pertanto, l'efficienza, può essere riscritta come

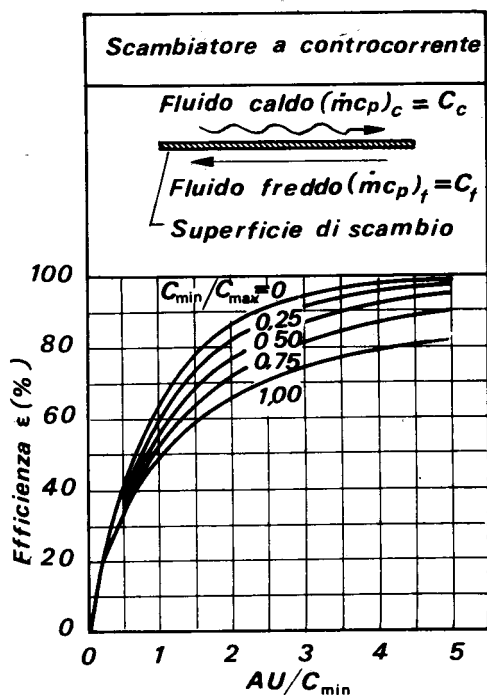
$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{C_{min} (T_{ic} - T_{if})}$$

L'efficienza può assumere valori compresi tra 0 e 1, rappresentando quest'ultimo un limite puramente teorico.

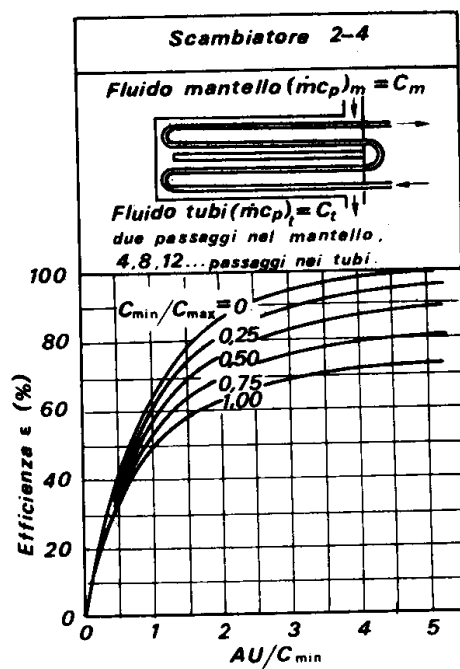
Il rapporto tra la conduttanza termica totale dello scambiatore e la capacità termica oraria minima, $A \cdot U / C_{min}$, può assumere valori compresi tra i limiti 0 e ∞ , ambedue teorici.

Infine, il rapporto fra la capacità termica oraria minima e la capacità termica oraria massima, C_{min} / C_{max} , è, come ovvio, un numero sempre minore o uguale all'unità e maggiore o uguale a zero. In particolare, il valore nullo indica che la capacità termica massima è infinita, cioè che uno dei due fluidi è in passaggio di fase. In questi casi lo scambiatore di calore è comunemente denominato *condensatore* o *evaporatore*).

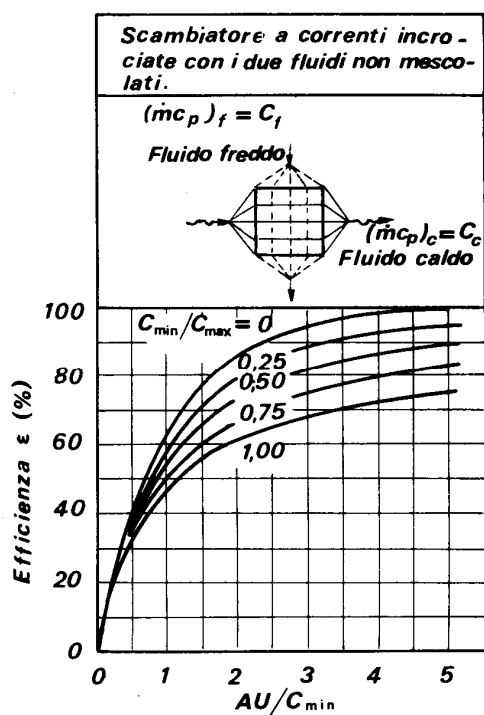
L'efficienza di uno scambiatore di calore dipende, oltre che dalle grandezze $A \cdot U / C_{min}$ e C_{min} / C_{max} , anche dalla sua geometria. In letteratura sono disponibili, in forma analitica e grafica, le correlazioni tra l'efficienza e i parametri da cui essa dipende funzioni di efficienza, per svariate tipologie di scambiatore di calore. Nel seguito si presentano i diagrammi relativi ad alcune di esse.



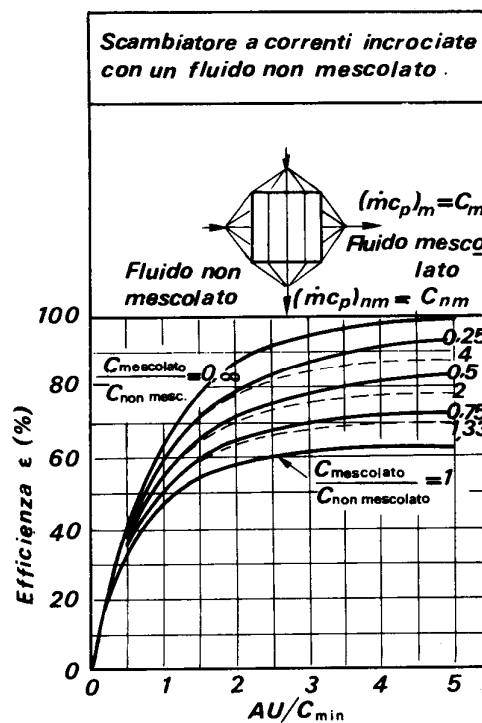
Efficienza di uno scambiatore di calore in controcorrente



Efficienza di uno scambiatore di calore a tubi e mantello 2-4



Efficienza di uno scambiatore di calore a flussi incrociati: ambedue i fluidi non mescolati



Efficienza di uno scambiatore di calore a flussi incrociati: un fluido non mescolato

Essi consentono di valutare rapidamente le prestazioni di uno scambiatore di calore. Per esempio, nel caso molto frequente in cui sono note le temperature di ingresso, T_{ic} e T_{if} , e le capacità termiche orarie, C_c e C_f , del fluido caldo e del fluido freddo; l'area totale di scambio, A , e la conduttanza unitaria globale tra i due fluidi, U , e si vogliono determinare la potenza termica scambiata, $\dot{Q}$, e le temperature di uscita del fluido caldo, T_{uc} , e del fluido freddo, T_{uf} , si procede così:

- si individuano C_{min} e C_{max} e si calcola C_{min}/C_{max} ;
- si calcola $A \cdot U / C_{min}$;
- si calcola l'efficienza in funzione di C_{min}/C_{max} e di $A \cdot U / C_{min}$, mediante l'idoneo diagramma;
- si calcola la potenza termica scambiata, mediante la relazione $\dot{Q} = \varepsilon C_{min} (T_{ic} - T_{if})$;
- si calcolano le temperature di uscita del fluido caldo e del fluido freddo mediante le relazioni $\dot{Q}_c = \dot{m}_c c_c (T_{ic} - T_{uc})$ e $\dot{Q}_f = \dot{m}_f c_c (T_{uf} - T_{if})$.

Esempi svolti

Esempio 1

In uno scambiatore di calore a tubi e mantello 2-4, avente un'area totale di scambio termico di 25 m^2 , una portata di $1,0 \text{ kg/s}$ di succo di arancia alla temperatura di 40°C deve essere raffreddata utilizzando una portata di $2,0 \text{ kg/s}$ di acqua liquida disponibile alla temperatura di 10°C . Per la conduttanza unitaria globale dello scambiatore si assuma il valore $U = 300 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ e per il succo di arancia si assumano le proprietà termofisiche dell'acqua liquida.

Si valutino la potenza termica scambiata e le temperature di uscita dei due fluidi.

Si ha

$\dot{m}_c = 1,0 \text{ kg/s}$; $\dot{m}_f = 2,0 \text{ kg/s}$; $A = 25 \text{ m}^2$; $T_{ic} = 40^\circ\text{C}$; $T_{if} = 10^\circ\text{C}$; $U = 300 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ e si può assumere $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg K}$ sia per il succo di arancia sia per l'acqua.

Si ricava

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 1,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 = 4,2 \text{ kW/K} \quad \text{e} \quad C_f = \dot{m}_f c_f = 2,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 = 8,4 \text{ kW/K}$$

Pertanto è $C_{\min} = C_c = 4,2 \text{ kW/K}$ e $C_{\max} = C_f = 8,4 \text{ kW/K}$.

$$\text{Si ha} \quad C_{\min} / C_{\max} = \mathbf{0,50} \quad \text{e} \quad A \cdot U / C_{\min} = 25 \cdot 300 / 4,2 \cdot 10^3 = \mathbf{1,8}$$

Dal diagramma dell'efficienza di uno scambiatore a tubi e mantello 2-4 si ottiene

$$\varepsilon = \mathbf{0,75}$$

Dalla definizione di efficienza di uno scambiatore di calore si deriva

$$\dot{Q} = \varepsilon C_{\min} (T_{ic} - T_{if}) = 0,75 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot (40 - 10) = \mathbf{95 \text{ kW}}$$

La temperatura di uscita del succo di arancia si può ricavare dalla relazione

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c c_c (T_{ic} - T_{uc}) \text{ ovvero } 95 \cdot 10^3 = 1,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (40 - T_{uc}) \text{ da cui si trae}$$

$$\mathbf{T_{uc} = 18^\circ\text{C}}$$

La temperatura di uscita dell'acqua si può ricavare dalla relazione

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f c_f (T_{uf} - T_{if}) \text{ ovvero } 95 \cdot 10^3 = 2,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (T_{uf} - 10) \text{ da cui si trae}$$

$$\mathbf{T_{uf} = 22^\circ\text{C}}$$

Esempio 2

Si vuole riscaldare da 20 °C a 60 °C una portata di 2,0 kg/s di latte utilizzando una portata di 3,0 kg/s di acqua liquida disponibile alla temperatura di 90 °C. Le proprietà termofisiche del latte possono essere assunte uguali a quelle dell'acqua.

Si valuti la temperatura a cui si porta l'acqua.

Si determini, inoltre, l'area della superficie di uno scambiatore di calore a flussi incrociati con ambedue i fluidi non mescolati necessaria, nel quale la conduttanza conduttanza unitaria globale può ritenersi pari a 500 W/m² K.

Si ha

$\dot{m}_c = 3,0 \text{ kg/s}$; $\dot{m}_f = 2,0 \text{ kg/s}$; $T_{ic} = 90 \text{ °C}$; $T_{if} = 20 \text{ °C}$; $U = 500 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ e si può assumere $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg K}$ sia per il latte sia per l'acqua.

Dalla relazione

$$\dot{m}_c c_c (T_{ic} - T_{uc}) = \dot{m}_f c_f (T_{uf} - T_{if})$$

sostituendo i valori numerici, si ottiene

$$3,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (90 - T_{uc}) = 2,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (60 - 20)$$

da cui si trae

$$T_{uc} = 63 \text{ °C}$$

Al valore dell'area della superficie di scambio necessaria si può pervenire ricavando il rapporto $A \cdot U / C_{\min}$ in funzione di ε e di $C_{\min} / C_{\max}$. Si ha

$$C_c = \dot{m}_c c_c = 3,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 = 13 \text{ kW/K} \quad \text{e} \quad C_f = \dot{m}_f c_f = 2,0 \cdot 4,2 \cdot 10^3 = 8,4 \text{ kW/K}$$

Pertanto è $C_{\min} = 8,4 \text{ kW/K}$ e $C_{\max} = 13 \text{ kW/K}$, da cui si trae $C_{\min} / C_{\max} = 0,65$.

Si ha anche

$$\varepsilon = \frac{C_f (T_{uf} - T_{if})}{C_{\min} (T_{ic} - T_{if})} = \frac{60 - 20}{90 - 20} = 0,57$$

Dal diagramma dell'efficienza di uno scambiatore a flussi incrociati con ambedue i fluidi non mescolati si ottiene $A \cdot U / C_{\min} = 1,3$, da cui si ricava

$$A = \frac{1,3 C_{\min}}{U} = \frac{1,3 \cdot 8,4 \cdot 10^3}{500} = 22 \text{ m}^2$$

Esempio 3

In uno scambiatore a flussi incrociati, avente un'area della superficie di scambio pari a 500 m^2 , una portata di 10 kg/s di acqua liquida a 20°C deve essere riscaldata da una portata di $9,5 \text{ kg/s}$ di aria disponibile alla temperatura di 120°C . Nell'ipotesi che l'aria sia il fluido mescolato e l'acqua sia il fluido non mescolato e assumendo una conduttanza unitaria globale di $50 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, si valutino la potenza termica scambiata e le temperature di uscita dei due fluidi.

Si ha

$$\dot{m}_c = 9,5 \text{ kg/s}; \quad T_{ic} = 120^\circ\text{C}; \quad \dot{m}_f = 10 \text{ kg/s}; \quad T_{if} = 20^\circ\text{C}; \quad A = 500 \text{ m}^2;$$
$$c_c = 1,0 \cdot \text{kJ/kg K}; \quad c_f = 4,2 \cdot \text{kJ/kg K}; \quad U = 50 \text{ W/m}^2 \text{ K}.$$

Si ricava

$$C_{\text{mescolato}} = C_c = \dot{m}_c c_c = 9,5 \cdot 1,0 = 9,5 \text{ kW/K e}$$

$$C_{\text{non mescolato}} = C_f = \dot{m}_f c_f = 10 \cdot 4,2 = 42 \text{ kW/K}$$

$$\text{con } C_{\min} = C_c = 9,5 \text{ kW/K}.$$

Si ha

$$C_{\text{mescolato}}/C_{\text{non mescolato}} = 9,5/42 = \mathbf{0,23} \quad \text{e} \quad A \cdot U / C_{\min} = 500 \cdot 50 / 9,5 \cdot 10^3 = \mathbf{2,6}.$$

Dal diagramma dell'efficienza di uno scambiatore a flussi incrociati con un fluido mescolato e l'altro fluido non mescolato si ottiene

$$\varepsilon = \mathbf{0,85}$$

Dalla definizione di efficienza di uno scambiatore di calore si deriva

$$\dot{Q} = \varepsilon C_{\min} (T_{ic} - T_{if}) = 0,85 \cdot 9,5 \cdot 10^3 \cdot (120 - 20) = \mathbf{8,1 \cdot 10^5 \text{ W}}$$

La temperatura di uscita dell'acqua si può ricavare dalla relazione

$$\dot{Q}_f = \dot{m}_f c_f (T_{uf} - T_{if}) \text{ ovvero } 8,1 \cdot 10^5 = 10 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (T_{uf} - 20) \text{ da cui si trae}$$

$$\mathbf{T_{uf} = 39^\circ\text{C}}$$

La temperatura di uscita dell'aria si può ricavare dalla relazione

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c c_c (T_{ic} - T_{uc}) \text{ ovvero } 8,1 \cdot 10^5 = 9,5 \cdot 1,0 \cdot 10^3 (120 - T_{uc}) \text{ da cui si trae}$$

$$\mathbf{T_{uc} = 35^\circ\text{C}}$$

PROBLEMI NON SVOLTI

Problema 1

In uno scambiatore di calore a tubi e mantello con 2 passaggi nel mantello e 4 nei tubi una portata di 1,6 kg/s di olio ($c = 2,1 \text{ kJ/kg K}$) sono raffreddati da 90°C a 40°C da una portata di 1,0 kg/s di acqua liquida disponibile alla temperatura di 19°C . Assumendo una conduttanza globale unitaria di $250 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, si calcoli l'area della superficie di scambio necessaria.

($A = 38 \text{ m}^2$)

Problema 2

In uno scambiatore di calore a flussi incrociati, avente un'area della superficie di scambio termico pari a $8,4 \text{ m}^2$, una portata di 2,0 kg/s di aria è il fluido mescolato e una portata di 0,25 kg/s di acqua liquida è il fluido non mescolato. L'aria e l'acqua sono disponibili alle temperature di 15°C e 90°C , rispettivamente. Assumendo una conduttanza globale unitaria dello scambiatore di $40 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, si valutino le temperature di uscita dei fluidi.

($T_{uc} = 39^\circ\text{C}$; $T_{uf} = 43^\circ\text{C}$)